Grundlagen der Computergraphik – Klausur SS08

Prof. Dr. Holger Theisel

23. Juli 2008

Vorname:

Nachname:

Matrikelnummer:

Anzahl zusätzlicher Blätter:

Die Tabelle wird bei der Korrektur ausgefüllt!

Aufgabe	Punkte max.	Punkte erreicht
1	4	
2	6	
3	5	
4	5	
5	6	
6	2	
7	4	
8	6	
9	3	
10	4	
11	5	
12	6	
13	8	
14	6	
EA 1	2	
EA 2	1	
EA 3	2	
Summe	**70 + 5**	

Bearbeitungszeit: 120 Minuten

Beachten Sie die Hinweise auf der nächsten Seite!

Hinweise zur Klausur

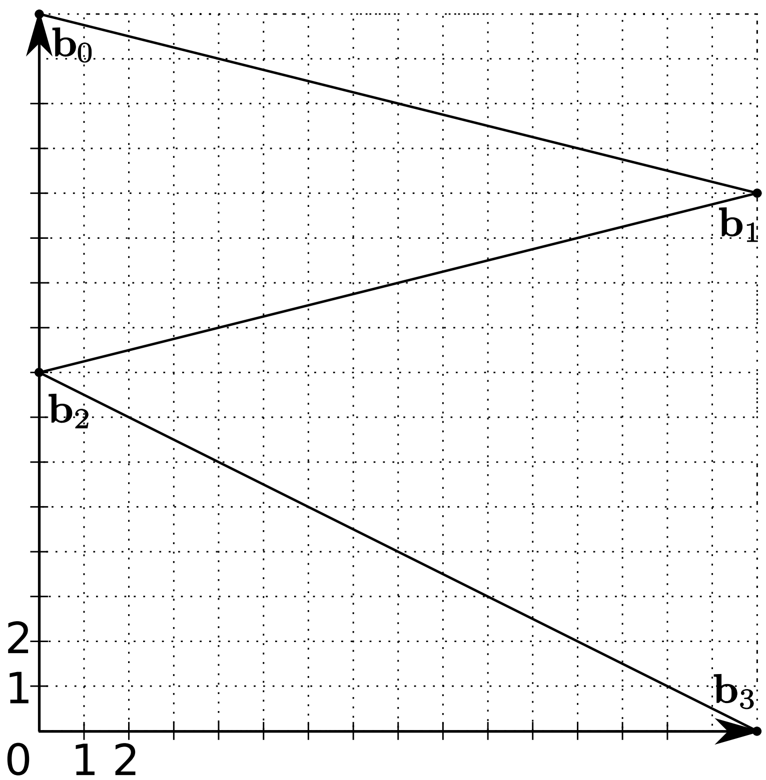
- Überprüfen Sie die Klausur auf Vollständigkeit (20 Blätter).
- Füllen Sie das Deckblatt aus!
- Beschriften Sie **alle** Blätter (Klausur, verteiltes Papier) mit Ihrem Namen.
- Hilfsmittel (Taschenrechner, Bücher, Folien zur Vorlesung, Mobiltelefone, . . .) sind **nicht** zugelassen!
- Verwenden Sie für Ihre Antworten den freien Platz nach den Aufgaben und ggf. die Rückseiten der Blätter.
- Melden Sie sich, wenn Sie zusätzliche leere Blätter benötigen.
- Halten Sie Ihren Studenten- und Personalausweis bereit.
- Täuschungsversuche führen zum Nichtbestehen der Klausur!
- **Schreiben Sie deutlich!** Unleserliche Passagen können nicht korrigiert werden.
- Benutzung roter Stiftfarbe ist untersagt.
- Beschränken Sie sich auf die geforderten Angaben und halten Sie Ihre Antworten kurz und präzise. Nicht geforderte Angaben ergeben keine zusätzlichen Punkte.
- Geben Sie bei Rechenaufgaben vor jedem Schritt an, was Sie gerade ausrechnen. Bewertet wird der Rechenvorgang, das Endergebnis alleine reicht nicht.
- Bei Codefragmenten wird kein Wert auf syntaktische Korrektheit gelegt.
- Nicht bei einzelnen Fragen aufhalten, kurze Antworten geben!

Viel Erfolg!

Aufgabe 1: Auswertung von Bézierkurven (4 Punkte)

Gegeben ist das Kontrollpolygon $(\mathbf{b}_0, \mathbf{b}_1, \mathbf{b}_2, \mathbf{b}_3)$ einer Bézierkurve $\mathbf{x}(t)$ über dem Parameterintervall $t \in [0, 1]$ (siehe Zeichnung).

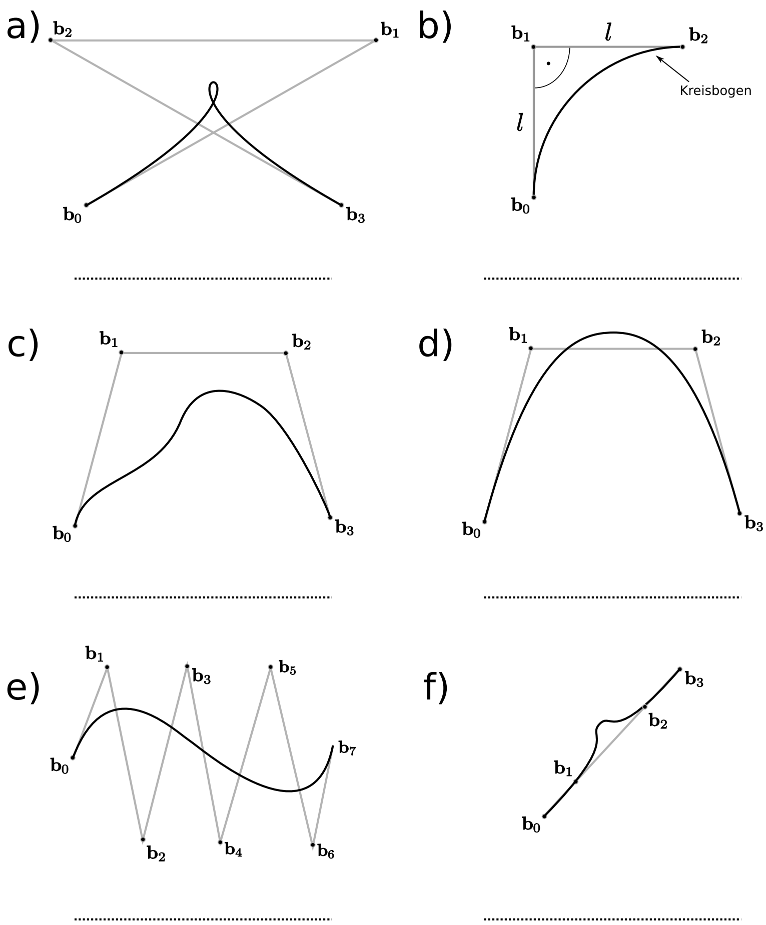
Bestimmen Sie mit Hilfe des de Casteljau-Algorithmus zeichnerisch den Kurvenpunkt $\mathbf{x}(\frac{3}{4})$!



Aufgabe 2: Eigenschaften von Bézierkurven (6 Punkte)

Welche der folgenden Kurven sind (nicht–rationale) Bézierkurven zu den ebenfalls angegebenen Kontrollpolygonen?

Falls es nicht um eine Bézierkurve handelt, geben Sie auch die verletzte Eigenschaft von Bézierkurven an:

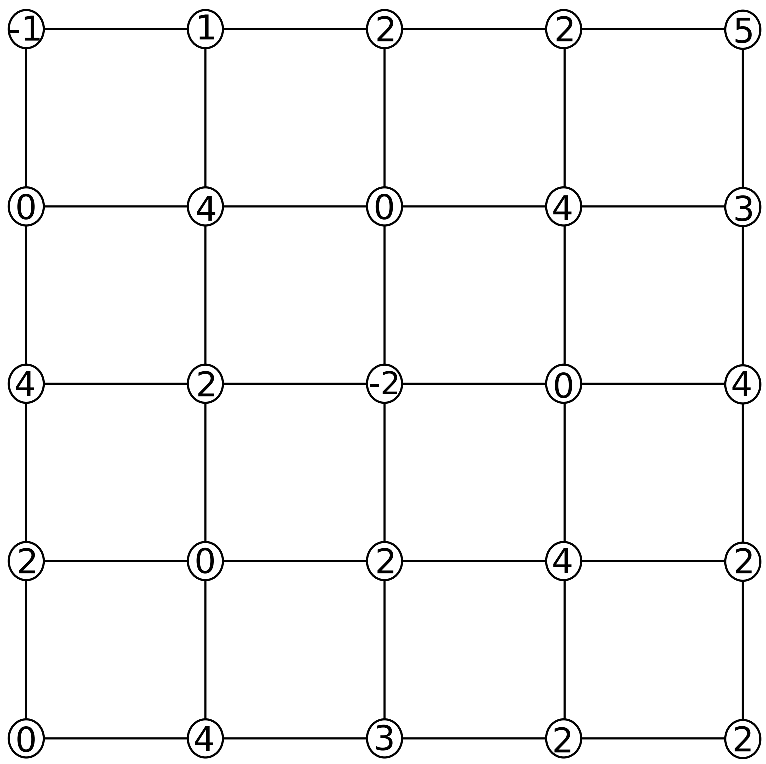


Aufgabe 3: Marching cubes (5 Punkte)

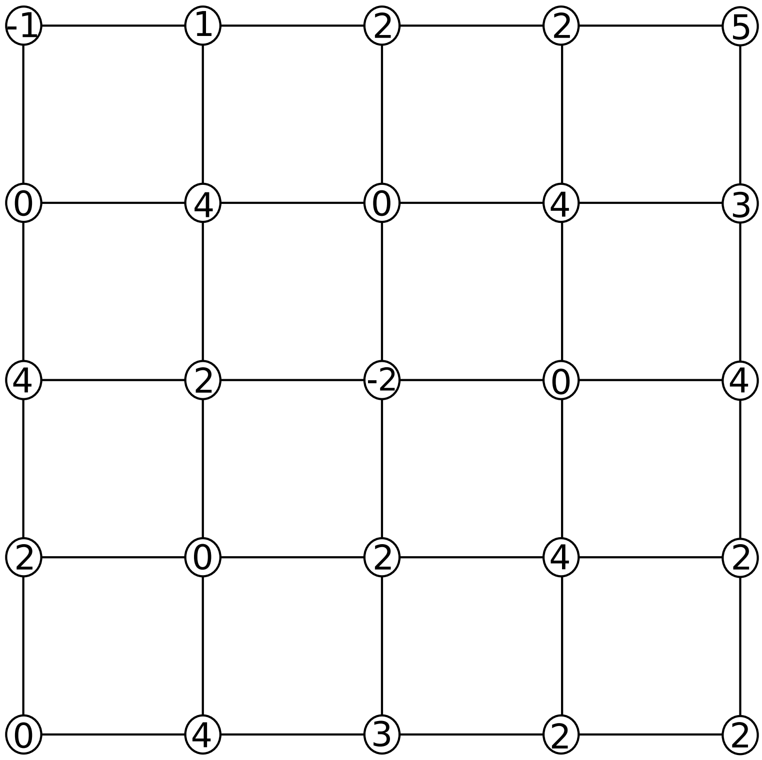
Ein zweidimensionales Skalarfeld $f(x, y)$ sei gegeben durch diskrete Werte $f(i, j) \in \{-2, \dots 5\}$ an Gitterpunkten $(i, j),\ i, j \in \mathbb{N}$, die innerhalb jeder Gitterzelle bilinear interpoliert werden (siehe Zeichnung).

Ergänzen Sie die Zeichnung um die stückweise lineare Approximation der Isokurve

$$f(x, y) = 1\,!$$



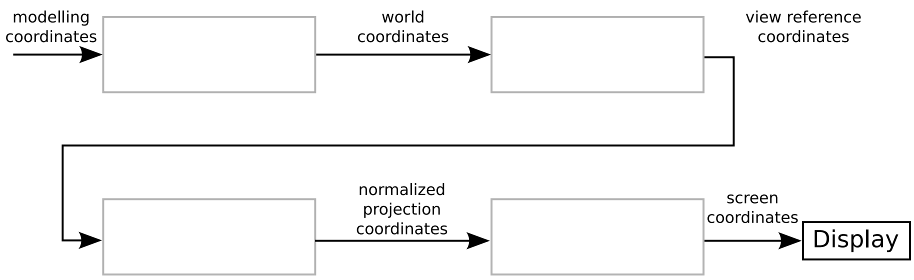
Ersatz Skalarfeld:



Falls Sie die Lösung der Aufgabe in diesem Skalarfeld abgeben, streichen Sie bitte das erste Skalarfeld!

Aufgabe 4: Viewing Pipeline (3 + 2 Punkte)

1) Ergänzen Sie die Viewing Pipeline um die an den entsprechenden Stellen durchgeführten Transformationen!



a) View mapping transformation

b) Modeling transformation

c) View orientation transformation

d) Viewport transformation

2) Welche dieser vier Transformationen ist/sind affin und projektiv, welche ist/sind nur projektiv? Kreuzen Sie entsprechend an!

	affin	projektiv
a)		
b)		
c)		
d)		

Aufgabe 5: Kameratransformation (6 Punkte)

Ordnen Sie nachstehende Transformationen, so dass sich die vollständige Transformation einer perspektivischen Kamera ergibt!

Y: Transformiere Viewfrustum von Pyramidenstumpf in Quader

G: Rotation der Kamera, so dass die Kameraachsen auf den Koordinatenachsen liegen

R: Skalierung und Translation in Device–Koordinaten (Gerätekoordinaten)

P: Scherung des Viewfrustums, so dass es um die z-Achse zentriert ist und der Blick entlang der z-Achse verläuft

C: Translation des Projektionszentrums (PRP) in den Ursprung

E: Parallelprojektion auf Bildebene

L: View-Frustrum auf 45° bringen (Skalierung in X und Y)

Aufgabe 6: Homogene Koordinaten (1 + 1 Punkte)

1) Überführen Sie die kartesischen Koordinaten folgender 3D Punkte in eine Beschreibung durch homogene Koordinaten!

a) $\begin{pmatrix} 3 \\ 5 \\ -1 \end{pmatrix}$

b) $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -8 \end{pmatrix}$

2) Überführen Sie die homogenen Koordinaten folgender 3D Punkte in eine Beschreibung durch kartesische Koordinaten!

a) $\begin{pmatrix} 6 \\ 2 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}$

b) $\begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ 3 \\ \frac{5}{2} \end{pmatrix}$

Aufgabe 7: 2D Transformationen (4 Punkte)

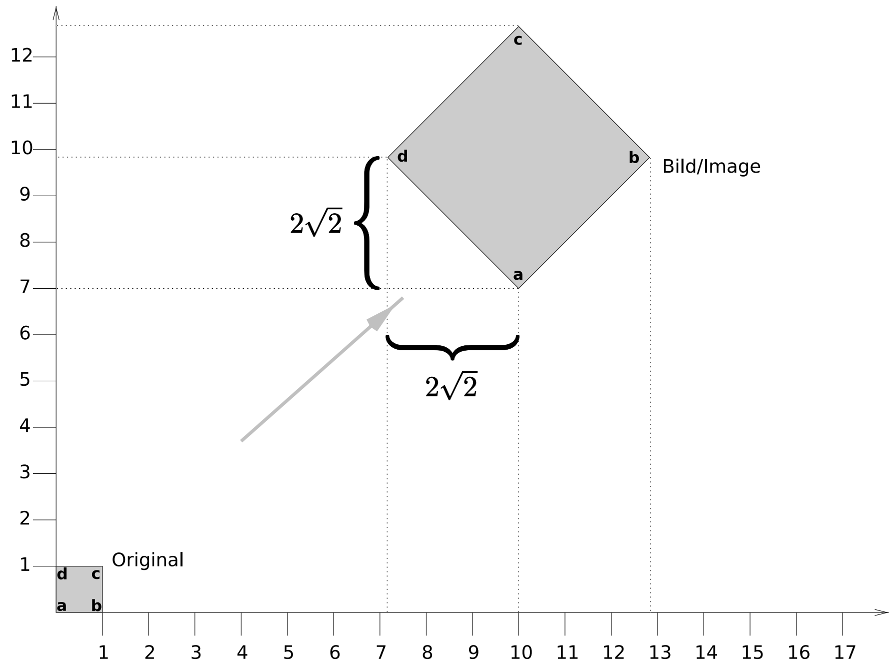
Geben Sie zu den folgenden 2D Abbildungen jeweils eine homogene 3×3 Matrix T an, die die Abbildung beschreibt!

1) $$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \longmapsto \begin{pmatrix} \cos\phi\, x - \sin\phi\, y + 1 \\ \cos\phi\, y + \sin\phi\, x - 2 \end{pmatrix}$$

2) $$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \longmapsto \begin{pmatrix} \frac{x}{y} + 1 \\ 5 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 8: 2D Transformationen (6 Punkte)

Gegeben sind Original (links) und Bild (rechts) eines Rechtecks. Das Bild ist durch eine unbekannte 2D-Transformation T aus dem Original entstanden.



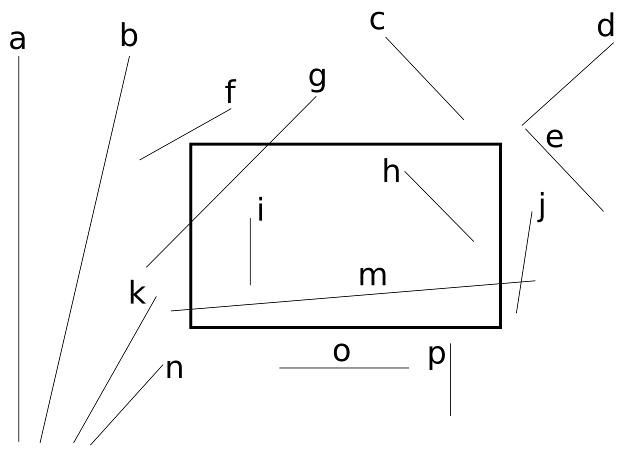
Bestimmen Sie die homogene 3×3 Matrix dieser 2D-Transformation und beschreiben Sie Ihre Vorgehensweise dabei! (Hinweis: Das Ergebnis kann als Produkt von Transformationsmatrizen dargestellt werden.)

Aufgabe 9: Cohen-Sutherland Clipping (3 Punkte)

Der Cohen-Sutherland Algorithmus dient zum Clippen von Liniensegmenten an Rechtecken. Gegeben sei die Konfiguration in nachfolgender Zeichnung.

1) Für welche der abgebildeten Liniensegmente gilt ein *trivial accept*?

2) Für welche Segmente gilt ein *trival reject*?

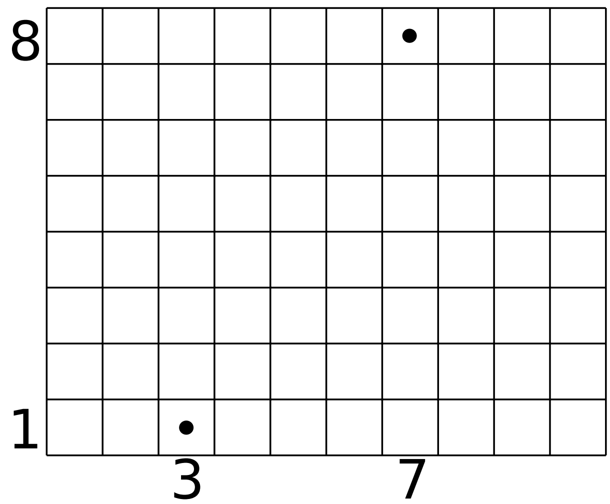


Aufgabe 10: Rasterisierung (4 Punkte)

1) Geben Sie eine implizite Beschreibung der Line an, die durch die Punkte $\begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$ und $\begin{pmatrix} 7 \\ 8 \end{pmatrix}$ verläuft!

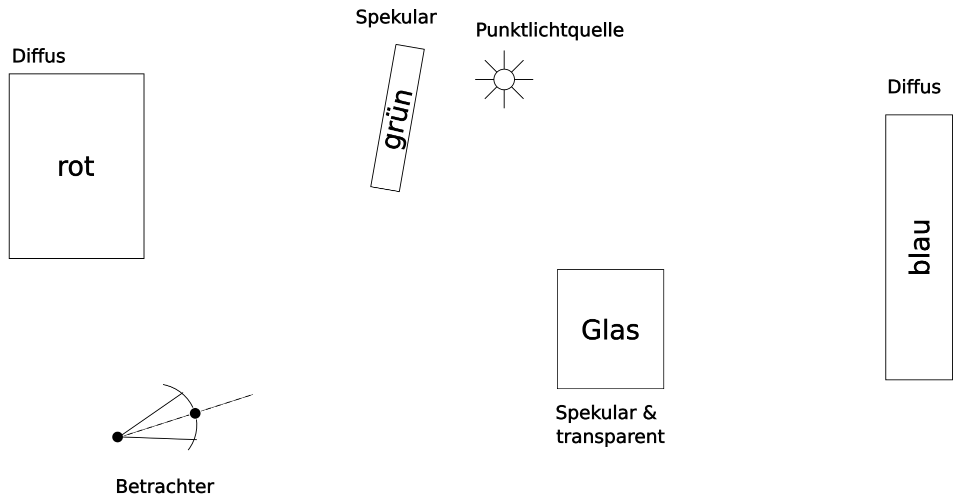
2) Markieren Sie die Pixel der durch den Bresenham-Algorithmus rasterisierten Linie, die durch die beiden Endpunkte begrenzt ist!

(Eine Bescheibung des Algorithmus bzw. der Zwischenschritte ist *nicht* nötig!)



Aufgabe 11: Raytracing (5 Punkte)

Gegeben ist folgende Szene:



Die Szene besitzt keine ambiente Beleuchtung, nur eine Punktlichtquelle, die weisses Licht ausstrahlt. Der zentrale Glaskörper ist teilweise transparent und teilweise spekular und ansonsten farblos.

1) Verfolgen Sie graphisch einen Strahl durch die Szene, indem Sie dem Grundprinzip von rekursivem Ray-Tracing folgend Primär-, Schatten- und Sekundärstrahlen einzeichnen! Benennen Sie alle eingezeichneten Strahlen und geben sie deren Richtung an! Bitte beachten Sie die unterschiedlichen Blocker.

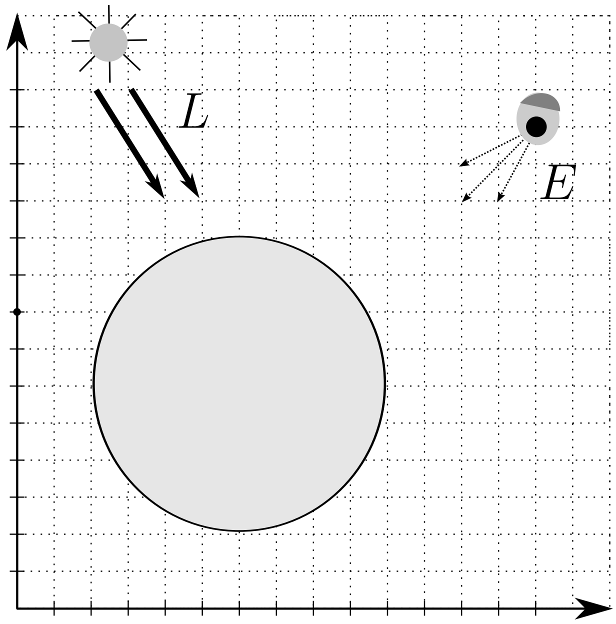
2) Welche Farbe wird daraufhin dem betrachteten Pixel zugewiesen?

Aufgabe 12: Phong Beleuchtungsmodell (6 Punkte)

Wenden Sie das Phong Beleuchtungsmodell für nachfolgende zweidimensionale Szene an (siehe Zeichung):

Eine Kugel (bzw. hier ein Kreis) wird mit gerichtetem Licht (Lichtrichtung L) beleuchtet. Die Intensität der Lichquelle ist durch $I_L = 1$ gegeben, für die Materialkoeffizienten der Kugel gilt $k_{\text{diffus}} = k_{\text{spekular}} = 0.5$ und $k_{\text{ambient}} = 0$, der Shiny–Exponent ist $s = \sqrt{2}$.

Ein Beobachter befindet sich am Augpunkt E. Beantworten Sie die folgenden Fragen!



1) Wo wird der diffuse Beleuchtungsanteil I_d maximal? Kennzeichnen Sie diesen Punkt/diese Punkte auf der Kugel und bestimmen Sie die diffuse Lichtintensität I_d in diesem Punkt/diesen Punkten!

2) Wo wird der spekulare Beleuchtungsanteil I_s maximal? Kennzeichnen Sie diesen Punkt/diese Punkte auf der Kugel und bestimmen Sie die spekulare Lichtintensität I_s in diesem Punkt/diesen Punkten!

(Kennzeichnungen müssen eindeutig zugeordnet sein.)

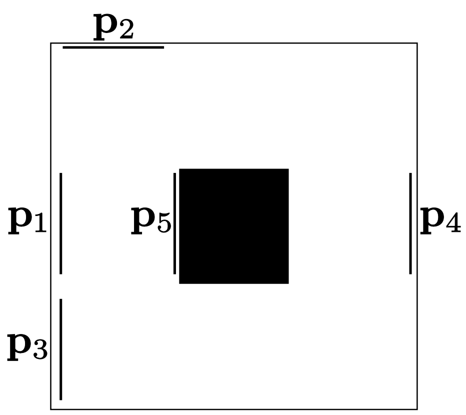
Aufgabe 13: Radiosity (4 + 1 + 3 Punkte)

1) Erläutern Sie kurz das *Radiosity* Verfahren, indem Sie folgende Begriffe benutzen:
Energiebilanz, Formfaktor, Patch, lineares Gleichungssystem, numerische Lösung, Komplexität, Blickpunktabhängigkeit, Lichtquellen.

2) Beschreiben Sie in Worten eine Szene, für deren Darstellung sich das Radiosity-Verfahren *nicht* eignet!

3) Gegeben ist folgende Szene (siehe Zeichnung). Die Flächenstücke $\mathbf{p}_1$, $\mathbf{p}_2$, $\mathbf{p}_3, \mathbf{p}_4$ und $\mathbf{p}_5$ haben jeweils die gleiche Fläche A.

Ordnen Sie die Formfaktoren $F_{1,2}$, $F_{1,3}, F_{1,4}$ und $F_{1,5}$ betragsmäßig aufsteigend. (Hinweis: Sie müssen die Formfaktoren *nicht* berechnen.)



Aufgabe 14: Wahr oder falsch? (6 Punkte, wenigstens 0 Punkte)

Geben Sie jeweils (**ohne Begründung!**) an, ob die Aussage wahr oder falsch ist. Für jede richtige Antwort gibt es einen halben Punkt, für jede falsche Antwort wird ein halber Punkt abgezogen! Beantworten Sie also lieber nur Fragen, bei denen Sie sich sicher sind!

1) BSP-Bäume müssen nicht für jeden neuen Blickpunkt neu berechnet werden.

2) Affine Abbildungen in 2D bilden Kreise auf Kreise ab.

3) Kreissegmente können durch rationale Bézierkurven beschrieben werden.

4) Kontrollpolygone von Bézierkurven sind konvex.

5) Für eine Darstellung mit Hilfe von Gouraud-shading sind keine Normalen nötig.

6) Um mit dem Bresenham-Algorithmus eine Linie in einen Framebuffer mit einer Auflösung von 1024 x 1024 Pixeln zu zeichnen, langt eine Genauigkeit der Entscheidungsvariablen von 11 Bit.

7) Eine affine Transformation ändert den Genus eines Körpers nicht.

8) Eine projektive Transformation ändert den Genus eines Körpers nicht.

9) Im RGB–Farbsystem liegen alle Grautöne auf einer Geraden.

10) Eine Scherung kann als Hintereinanderausführung von mehrerern Rotationen beschrieben werden.

11) Die Addition von zwei Transformationsmatrizen entspricht der Verschiebung der einen Transformation relativ zu der anderen.

12) Aliasing–Effekte entstehen durch die Trägheit des menschlichen Auges.

Aufgabe 15: EXTRAAUFGABE Triangulierungen (2 Punkte)

Gegeben sei eine Triangulierung einer Kugel bestehend aus 100 Dreiecken.

1) Bestimmen Sie die Anzahl der Kanten der Triangulierung!

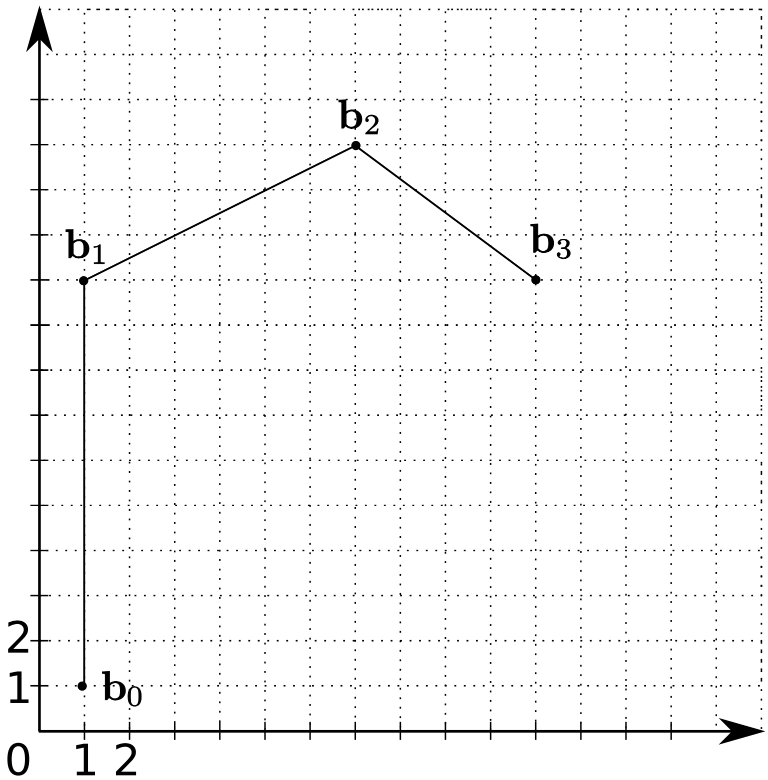
2) Bestimmen Sie die Anzahl der Vertices der Triangulierung!

3) Zeigen Sie, dass es keine Triangulierung einer Kugel geben kann, die aus 17 Vertices besteht!

Hinweis: Die Aufgabe ist am einfachsten zu lösen, wenn Sie sie in der vorgegebenen Reihenfolge 1-3 bearbeiten.

Aufgabe 16: EXTRAAUFGABE Bézierkurven (1 Punkt)

Gegeben ist das Kontrollpolygon $(\mathbf{b}_0, \mathbf{b}_1, \mathbf{b}_2, \mathbf{b}_3)$ einer Bézierkurve $\mathbf{x}(t)$ über dem Intervall $[0, 1]$. Bestimmen Sie $\mathbf{x}(\frac{3}{2})$ zeichnerisch!



Aufgabe 17: EXTRAAUFGABE Bilineare Interpolation (2 Punkte)

Eine bilineare Bézierfläche $\mathbf{x}(u,v)$ sei definiert über dem Parameterbereich $(u,v) \in [0,1] \times [0,1]$ anhand der Kontrollpunkte $(\mathbf{b}_{00}, \mathbf{b}_{10}, \mathbf{b}_{01}, \mathbf{b}_{11})$, durch:

$$\mathbf{x}(u,v) = \sum_{i=0}^{1} \sum_{j=0}^{1} \mathrm{B}_i^1(u) \mathrm{B}_j^1(v) \mathbf{b}_{ij}$$

$$\text{mit } \mathrm{B}_i^n(t) = \binom{n}{i} t^i (1-t)^{n-i} \text{ (Bernstein Polynome).}$$

Bestimmen Sie die Bézier–Kontrollpunkte der Kurve

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{x}(t,t) \quad \text{mit} \quad t \in [0,1]$$

in Bernstein–Bézierform in Abhängigkeit der vier gegebenen Kontrollpunkte!