



### Klausur zur Vorlesung „Evolutionäre Algorithmen“

Name, Vorname	Studiengang	Matrikelnr.
Leistungsnachweis: <input type="checkbox"/> Prüfung <input type="checkbox"/> benoteter Schein <input type="checkbox"/> unbenoteter Schein	Unterschrift der Aufsicht	#Blätter

Aufgabe 1	Aufgabe 2	Aufgabe 3	Aufgabe 4	Aufgabe 5	Summe

#### Aufgabe 1 Schema-Theorem (2 + 8 Punkte, ca. 20 min)

Betrachten Sie Schemata über dem Suchraum  $\Omega = \{0, 1\}^n$ .

- Wie viele Schemata repräsentiert ein einzelner Bitstring?  
Erklären Sie Ihre Behauptung beispielhaft!
- Betrachten Sie die Funktionen

$$f_1(\vec{x}) = \sum_{i=1}^n x_i \quad \text{und} \quad f_2(\vec{x}) = \begin{cases} 2f_1(\vec{x}) & \text{falls } f_1(\vec{x}) > 0, \\ 2n - 1 & \text{sonst.} \end{cases}$$

Bestimmen Sie die durchschnittliche Fitness des Schemas  $\boxed{1 * \dots *}$  für  $f_1$  und  $f_2$ !

#### Aufgabe 2 Maximierungsproblem (7 + 2 Punkte, ca. 15 min)

Sei eine Anfangspopulation binärer Strings und deren Fitness wie folgt gegeben durch:

Zeichenkette	Fitness	Zeichenkette	Fitness
0 1 0 1 1 0	15	1 0 1 0 1 1	8
1 1 0 0 0 1	3	1 1 0 0 1 1	7
0 0 1 1 0 0	11	0 1 1 1 0 1	10

- Schätzen Sie bei einer Crossover- und Mutationswahrscheinlichkeit von  $p_c = 5/6$  bzw.  $p_m = 1/4$ , wie viele Zeichenketten, die das Schema  $\boxed{0 * * 1 * *}$  repräsentieren, nach einer Iteration des EAs produziert würden, wenn Glücksradauswahl, Ein-Punkt-Crossover und bitweise Mutation genutzt werden!

*Hinweis:* Nutzen Sie das in der Vorlesung behandelte Schema-Theorem:

$$N(h, t + 1) = \frac{\overline{f_t(h)}}{\overline{f_t}} \left( 1 - p_c \frac{dl(h)}{L - 1} \left( 1 - \frac{N(h, t)}{|P|} \cdot \frac{\overline{f_t(h)}}{\overline{f_t}} \right) \right) \cdot (1 - p_m)^{\text{ord}(h)} \cdot N(h, t)$$

- Welches der zwei Schemata  $\boxed{0 * \dots *}$  und  $\boxed{1 * \dots *}$  wird wahrscheinlich mit den gegebenen Parametern die Population überrennen? Geben Sie Gründe dafür an!

### Aufgabe 3 Wahrscheinlichkeitstheorie (3 + 2 · 2 Punkte, ca. 10 min)

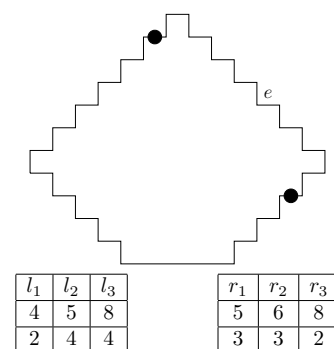
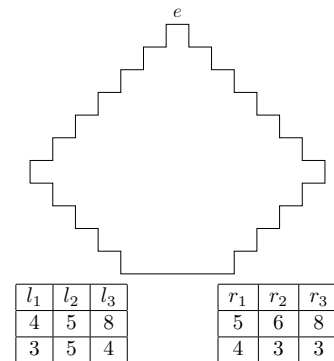
- Wie groß ist die erwartete Anzahl mutierender Bits bei Standardbitmutation eines Bitstrings der Länge  $n$  mit Mutationswahrscheinlichkeit  $p_m = 1/n$ ? Mit welcher Wahrscheinlichkeit werden genau  $k$  Bits mutiert? Mit welcher Wahrscheinlichkeit wird bei Mutation des Bitstrings  $x$  genau der Bitstring  $y$  erzeugt?
- Betrachten Sie das uniforme Crossover von Bitstrings. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, bei Rekombination der Bitstrings  $x$  und  $y$  genau den Bitstring  $z$  zu erzeugen?
- Betrachten Sie das 2-Punkt-Crossover von Bitstrings. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, bei Rekombination der Bitstrings  $x$  und  $y$  genau den Bitstring  $z$  zu erzeugen?

### Aufgabe 4 Doppelpyramide und Eidechse (4 · 2 + 1 Punkte, ca. 35 min)

In dem Computerspiel Timelapse™ (Adventure von Barracuda Inc.) ist u.a. folgendes Rätsel zu lösen: Auf der Spitze einer gestuften Doppelpyramide sitzt eine Eidechse (siehe Abbildung rechts, die Eidechse ist durch ein  $e$  symbolisiert). Unterhalb der Doppelpyramide befinden sich 6 Schalter, drei links (Schalter  $l_1, l_2$  und  $l_3$ ) und drei rechts (Schalter  $r_1, r_2$  und  $r_3$ ). Mithilfe dieser Schalter kann man der Eidechse Anweisungen geben, sich auf der Doppelpyramide zu bewegen.

Bei Betätigung eines Schalters auf der linken Seite bewegt sich die Eidechse gegen den Uhrzeigersinn, bei Betätigung eines Schalters auf der rechten Seite im Uhrzeigersinn. Zu jedem Schalter gehören zwei Zahlen (siehe Abbildung rechts). Die obere Zahl gibt die Anzahl der Stufen an, um die sich die Eidechse bei Betätigung dieses Schalters bewegt, die untere, wie oft der Schalter betätigt werden kann. (Man kann die Eidechse also nur dreimal vier Stufen gegen den Uhrzeigersinn gehen lassen usw.)

Jede Stufe, auf der die Eidechse anhält, wird markiert (im Spiel: erleuchtet), hält die Eidechse jedoch zum zweiten Mal auf einer Stufe, wird die Markierung wieder entfernt. (Als Beispiel zeigt die untere Abbildung rechts den Zustand nach Betätigung der Schalter  $r_3, l_1, l_2, r_1$  (in dieser Reihenfolge). Man beachte die verringerten Zählerstände an den Schaltern.)



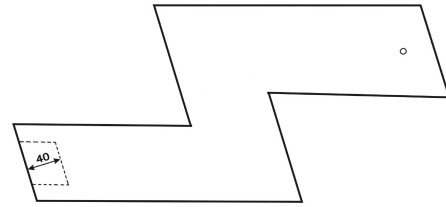
Das Rätsel ist gelöst, wenn jede Stufe der Doppelpyramide markiert ist. Gesucht ist also eine Reihenfolge, in der die Schalter zu betätigen sind, sodass die Eidechse genau einmal auf jeder Stufe anhält.

Im Spiel Timelapse™ kann man ein verstecktes Pergament finden, auf dem eine Lösung des Rätsels steht. Man kann das Rätsel aber auch mithilfe eines Computerprogramms lösen, z.B. durch Backtracking, simuliertes Ausglühen oder einen evolutionären Algorithmus.

- Wie kann man dieses Problem mittels Backtracking lösen?
- Geben Sie eine Kodierungsvorschrift für simuliertes Ausglühen an! Motivieren Sie Ihre Kodierung indem Sie mögliche Vor- und Nachteile diskutieren!
- Erörtern Sie eine sinnvolle Variante für einen Variationsoperator! Warum ist ein Rekombinationsoperator nicht sinnvoll?
- Welche Fitnessfunktion halten Sie für geeignet? Begründen Sie Ihre Antwort!
- Geben Sie zur Verdeutlichung Ihrer gewählten Kodierung einen Lösungskandidaten an!

## Aufgabe 5 Minigolf (4 + 3 · 2 + 2Z Punkte, ca. 40 min)

Betrachten Sie das Spiel „Minigolf“. Ziel des Spiels ist es, den Ball mithilfe des Schlägers mit möglichst wenigen Schlägen in das Loch zu bewegen. Theoretisch ist dies *mit einem einzigen Schlag* (einem sogenannten Ass) möglich. Die 18 Bahnen unterscheiden sich in ihrem Schwierigkeitsgrad durch unterschiedliche Hindernisse. Die für gewöhnlich letzte Bahn, der Blitz, ist rechts schematisch dargestellt.



Der Ball darf beim ersten Schlag nur aus dem 40 cm großen Viereck gespielt werden. Insgesamt sind auf jeder Bahn 6 Schläge erlaubt, um in das Loch zu spielen. Die Anzahl der benötigten Schläge spiegelt das Ergebnis pro Bahn wider. Schafft man es auch nach dem 6. Schlag nicht, so wird eine 7 für die gerade gespielte Bahn verzeichnet. Die Anzahl der benötigten Schläge für den kompletten Parcours ist insgesamt also zu minimieren.

Nehmen Sie an, dass lediglich gerade Schläge ohne Schnitt gespielt werden, d.h. der Schläger stets senkrecht zum Auftreffpunkt am Ball steht. Nehmen Sie weiterhin vereinfacht an, dass zum Spielen eines Balles lediglich folgende Variablen berücksichtigt werden müssen:

- eine gültige Position  $(x, y)$  des Balles beim Start
- die Art des Balles (*weich, mittel, hart*)
- die Kraft des Schlages  $0 < F \leq F_{\max}$
- die Richtung des Schlages in Form eines Winkels  $0 \leq \phi < 2\pi$ 
  - $\phi = 0$  sei ein Schlag parallel zur  $x$ -Achse
  - $\phi = \pi/2$  sei ein Schlag parallel zur  $y$ -Achse

Gehen Sie davon aus, dass es eine Methode gibt, die Ihnen für jede komplette Belegung der oben genannten Variablen den Endpunkt  $(x, y)$  des ruhenden Balles nach einem Schlag zurückliefert. Stark vereinfacht sei weiterhin vorausgesetzt, dass der Ball die Bahn nicht verlassen kann.

Wie können Sie mit einer evolutionären Strategie das Spiel „Minigolf“ lösen? Gehen Sie im Detail dabei auf folgende Punkte ein.

- Geben Sie eine Kodierungsvorschrift für Ihre evolutionäre Strategie an! Motivieren Sie Ihre Kodierung indem Sie mögliche Vor- und Nachteile diskutieren!
- Erörtern Sie jeweils eine sinnvolle Variante für Variations- und Rekombinationsoperator!
- Welche Fitnessfunktion halten Sie für geeignet? Begründen Sie Ihre Antwort!
- Geben Sie zur Verdeutlichung Ihrer gewählten Kodierung den Teil eines Lösungskandidaten an, der die Bahn „Blitz“ darstellt!
- Zusatz:* Nehmen Sie abschließend an, dass Sie mehr als nur einen Schlag pro Bahn ausführen können. Diskutieren Sie *kurz und bündig* wie man mithilfe einer evolutionären Strategie eine gute Lösung für dieses Problem finden kann!