

Grundlagen der Theoretischen Informatik

25. Februar 2013, 11:15 - 13:15 Uhr


 OTTO VON GUERICKE
UNIVERSITÄT
MAGDEBURG

INF

Name, Vorname: _____

Bearbeitungszeit: 120 Min.

Matrikelnummer: _____

Zugelassene Hilfsmittel: Keine!

Anzahl Doppelbögen: _____

Gesamtzahl Aufgaben: 9

Gesamtpunktzahl: 80

Bitte jeden beschriebenen Doppelbogen mit Matrikelnummer und Namen beschriften! Viel Erfolg!

1	2	3	4	5	6	7	8	9

Aufgabe 1 (12 PUNKTE (4 + 4 + 4))

- Wie lautet der Satz von Rice?
- Ist die Sprache $\{\langle M, w \rangle \mid \text{Turing-Maschine } M \text{ erreicht bei Eingabe } w \text{ in weniger als 26 Berechnungsschritten einen Haltezustand}\}$ entscheidbar? Begründen Sie ihre Antwort.
- Ist die Sprache $\{\langle M, w \rangle \mid L(M) \text{ ist der Schnitt einer kontextfreien und einer regulären Sprache}\}$ entscheidbar? Begründen Sie ihre Antwort.

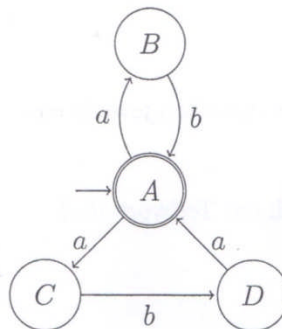
Aufgabe 2 (10 PUNKTE (5 + 5))

Sei $\Sigma = \{a, b\}$. Geben Sie für die folgenden Sprachen jeweils einen nichtdeterministischen endlichen Automaten an, der die Sprache akzeptiert (Zustandsdiagramme genügen).

- $\mathcal{L}(a^*b \cup b^*a)$
- $\{w \in \Sigma^* \mid w \text{ enthält weder } aa \text{ noch } bb \text{ als Teilwort}\}$

Aufgabe 3 (14 PUNKTE (2 + 4 + 8))

Sei M der durch folgendes Zustandsdiagramm gegebene nichtdeterministische endliche Automat:



- Geben Sie ein Wort an, das nicht zu $L(M)$ gehört (ohne Beweis).
- Geben Sie einen regulären Ausdruck für $L(M)$ an (ohne Beweis).
- Konstruieren Sie mit dem Verfahren aus dem Beweis der Äquivalenz von NEA und DEA einen zu M äquivalenten deterministischen endlichen Automaten. Sie brauchen dabei nicht alle Zustände, die sich aus der Potenzmengenkonstruktion ergeben, zu konstruieren, sondern nur die vom Startzustand aus erreichbaren.

Aufgabe 4 (6 PUNKTE)

Skizzieren Sie einen Beweis des folgenden Satzes:

Satz: Sei L eine NP-vollständige Sprache. Dann gilt $P = NP$ genau dann wenn $L \in P$.

Aufgabe 5 (6 PUNKTE)

Beweisen oder widerlegen Sie: Die Sprache $\{wcw^R \mid w \in \{a, b, c\}^*\}$ ist kontextfrei.

Aufgabe 6 (6 PUNKTE)

Beweisen oder widerlegen Sie: Die Sprache $\{a^i b^j c^k \in \{a, b, c\}^* \mid i, j, k \geq 0 \text{ und } i = k\}$ ist regulär.

Aufgabe 7 (12 PUNKTE)

Welche der folgenden Behauptungen sind wahr, welche falsch (jeweils ohne Beweis!)?

2 Punkte für jede richtige Antwort, 1 Punkt Abzug für jede falsche.

wahr falsch

- ☐ ☐ Die Sprache $\{w \in \{a, b, c\}^* \mid w \text{ enthält gleichviele } a, b \text{ und } c\}$ ist kontextfrei.
- ☐ ☐ Die Sprache $\mathcal{H} = \{\langle M, w \rangle \mid \text{Turingmaschine } M \text{ hält bei Eingabe } w\}$ ist NP-vollständig.
- ☐ ☐ $\text{CARRÉ} = \{\langle G \rangle \mid G \text{ enthält eine Clique der Größe } 4\}$ ist NP-vollständig.
- ☐ ☐ Die Sprache $\{a^{3+5i} \mid i \geq 0\}$ ist regulär.
- ☐ ☐ Sei L eine reguläre Sprache. Dann gibt es eine kontextfreie Grammatik G mit $L(G) = L$.
- ☐ ☐ Sei L eine kontextfreie Sprache. Dann gibt es einen Kellerautomaten M mit nur 2 verschiedenen Zuständen, so dass $L(M) = L$ gilt.

Aufgabe 8 (6 PUNKTE)

Beim Problem SUBGRAPH ISOMORPHISM sind zwei ungerichtete Graphen G und H gegeben, und es ist zu entscheiden, ob G isomorph zu einem Teilgraphen von H ist, d.h., ob die Knoten $u_1, \dots, u_m$ von G so injektiv auf Knoten $v_{i_1}, \dots, v_{i_m}$ abgebildet werden können, dass v_{i_j} und v_{i_k} durch eine Kante in H verbunden sind genau dann wenn u_j und u_k durch eine Kante in G verbunden sind.

Zeigen Sie dass sich CLIQUE in polynomieller Zeit auf SUBGRAPH ISOMORPHISM reduzieren lässt. Sie brauchen nicht nachzuweisen, dass die Reduktionsfunktion in polynomieller Zeit berechenbar ist.

Aufgabe 9 (8 PUNKTE (4 + 4))

Sei $\Sigma = \{a, b\}$. Geben Sie für die folgenden Sprachen jeweils einen regulären Ausdruck an.

- (a) $\{w \in \Sigma^* \mid |w| < 2\}$
- (b) $\{w \in \Sigma^* \mid w \text{ beginnt mit } b \text{ und enthält das Teilwort } aba\}$