

Grundlagen der Theoretischen Informatik

25. Februar 2013, 11:15 - 13:15 Uhr

OTTO VON GUERICKE
UNIVERSITÄT
MAGDEBURG

INF

Name, Vorname: _____

Bearbeitungszeit: 90 Min.

Matrikelnummer: _____

Zugelassene Hilfsmittel: Keine!

Anzahl Doppelbögen: _____

Gesamtzahl Aufgaben: 8

Gesamtpunktzahl: 65

Bitte jeden beschriebenen Doppelbogen mit Matrikelnummer und Namen beschriften! Viel Erfolg!

1	2	3	4	5	6	7	8

Aufgabe 1 (8 PUNKTE (4 + 2 + 2))

- Wie lautet der Satz von Rice?
- Ist die Sprache $\{\langle M, w \rangle \mid \text{Turing-Maschine } M \text{ erreicht bei Eingabe } w \text{ in weniger als 26 Berechnungsschritten einen Haltezustand}\}$ entscheidbar? (ohne Beweis)
- Ist folgendes Problem entscheidbar?
Gegeben Turing-Maschinen M_1 und M_2 , gilt $L(M_1) = L(M_2)$? (ohne Beweis)

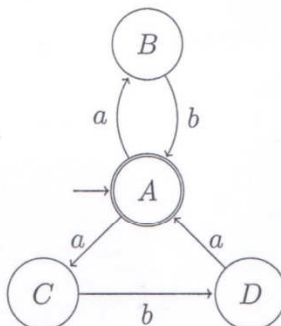
Aufgabe 2 (10 PUNKTE (5 + 5))

Sei $\Sigma = \{a, b\}$. Geben Sie für die folgenden Sprachen jeweils einen nichtdeterministischen endlichen Automaten an, der die Sprache akzeptiert (Zustandsdiagramme genügen).

- $\mathcal{L}(a^*b \cup b^*a)$
- $\{w \in \Sigma^* \mid w \text{ enthält weder } aa \text{ noch } bb \text{ als Teilwort}\}$

Aufgabe 3 (8 PUNKTE)

Sei M der durch folgendes Zustandsdiagramm gegebene nichtdeterministische endliche Automat:



Konstruieren Sie mit dem Verfahren aus dem Beweis der Äquivalenz von NEA und DEA einen zu M äquivalenten deterministischen endlichen Automaten. Sie brauchen dabei nicht alle Zustände, die sich aus der Potenzmengenkonstruktion ergeben, zu konstruieren, sondern nur die vom Startzustand aus erreichbaren.

Aufgabe 4 (6 PUNKTE)

Beweisen oder widerlegen Sie: Die Sprache $\{a^k b^k \mid k \geq 6\}$ ist regulär.

Aufgabe 5 (6 PUNKTE)

Beweisen oder widerlegen Sie: Die Sprache $\{a^i b^j a^k \in \{a, b\}^* \mid i, j, k \geq 0 \text{ und } i + k = j\}$ ist kontextfrei.

Aufgabe 6 (10 PUNKTE)

Welche der folgenden Behauptungen sind wahr, welche falsch (jeweils ohne Beweis!)?

2 Punkte für jede richtige Antwort, 1 Punkt Abzug für jede falsche.

wahr falsch

- ☐ ☐ Falls A und B jeweils NP-vollständig sind, so gilt $A \preceq_P B$ und $B \preceq_P A$.
- ☐ ☐ Die Sprache $\mathcal{H} = \{\langle M, w \rangle \mid \text{Turingmaschine } M \text{ hält bei Eingabe } w\}$ ist NP-vollständig.
- ☐ ☐ $\text{CARRÉ} = \{\langle G \rangle \mid G \text{ enthält eine Clique der Größe } 4\}$ ist NP-vollständig.
- ☐ ☐ $\mathcal{A}_{\text{NFA}} = \{\langle M, w \rangle \mid M \text{ ist ein nichtdeterministischer endl. Automat, der } w \text{ akzeptiert}\} \in \text{NP}$.
- ☐ ☐ $P \subseteq \text{NP}$.

Aufgabe 7 (9 PUNKTE (3 + 3 + 3))

Sei $\Sigma = \{a, b\}$. Geben Sie für die folgenden Sprachen jeweils einen regulären Ausdruck an.

- (a) $\{w \in \Sigma^* \mid w \text{ beginnt mit } b \text{ und enthält das Teilwort } aba\}$
- (b) $\{w \in \Sigma^* \mid w \text{ enthält mindestens ein } a\}$
- (c) $\{w \in \Sigma^* \mid w \text{ enthält höchstens ein } b\}$

Aufgabe 8 (8 PUNKTE)

Welche der folgenden Behauptungen sind wahr, welche falsch (jeweils ohne Beweis!)?

2 Punkte für jede richtige Antwort, 1 Punkt Abzug für jede falsche.

wahr falsch

- ☐ ☐ Sei L eine kontextfreie Sprache. Dann gibt es einen Kellerautomaten M mit nur 2 verschiedenen Zuständen, so dass $L(M) = L$ gilt.
- ☐ ☐ Die Sprache $\{w \in \{a, b, c\}^* \mid w \text{ enthält gleichviele } a, b \text{ und } c\}$ ist kontextfrei.
- ☐ ☐ Sei L eine reguläre Sprache. Dann gibt es eine kontextfreie Grammatik G mit $L(G) = L$.
- ☐ ☐ Falls L rekursiv aufzählbar ist, so ist auch L^R rekursiv aufzählbar.