Klausur

31. Januar 2008, 11:15 - 13:15 Uhr

Name: . . . .

Matrikelnummer: . . . .

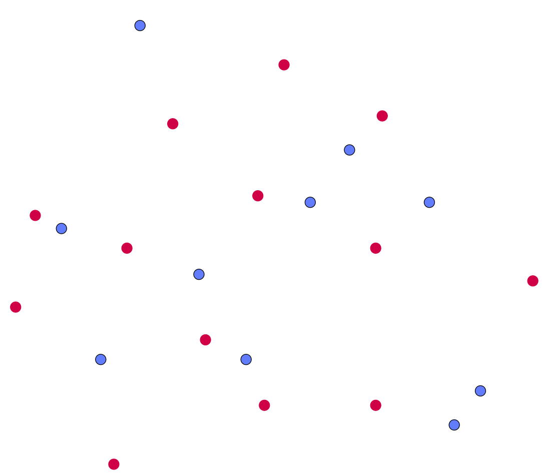
Anzahl beschriebener Blätter
(ohne Aufgabenblatt): . . . .

Bitte beschriften Sie jedes weitere Blatt mit Name und Matrikelnummer!

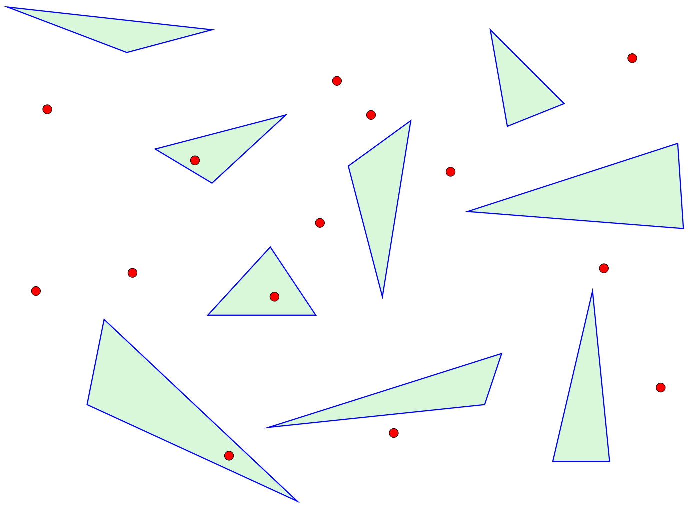
Bearbeitungszeit: 120 Minuten
Zugelassene Hilfsmittel: Keine!
Gesamtzahl Aufgaben: 6
Gesamtpunktzahl: 48

1	2	3	4	5	6	$\sum$

Aufgabe 1: (10 Punkte)
Gegeben seien zwei Punktmengen R and B in der Ebene in beliebiger Lage. Punkte aus R nennen wir *rot*, Punkte aus B *blau*.
Ein Punkt q liegt *nordöstlich* von p, falls $p_x \leq q_x$ und $p_y \leq q_y$ gilt.
Geben Sie einen möglichst effizienten Algorithmus an, der alle blauen Punkte bestimmt, für die es höchstens einen roten Punkt gibt, der nordöstlich des blauen Punktes liegt (nordöstlich gelegenen blauen Punkte sind nicht relevant). Analysieren Sie ihren Algorithmus. Die Korrektheit ihres Algorithmus brauchen Sie nicht nachzuweisen.

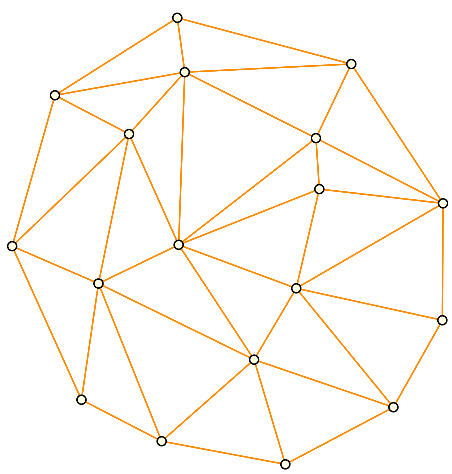


Aufgabe 2: (12 Punkte)
Sei $\mathcal{S}$ eine Menge von n Punkten in der Ebene und $\mathcal{D}$ eine Menge von k paarweise disjunkten Dreiecken. Geben Sie einen möglichst effizienten Plane-Sweep Algorithmus an, der für jeden Punkt s in $\mathcal{S}$ bestimmt, ob s in einem der Dreiecke aus $\mathcal{D}$ enthalten ist. Bestimmen Sie die Laufzeit des Algorithmus und begründen Sie dessen Korrektheit.



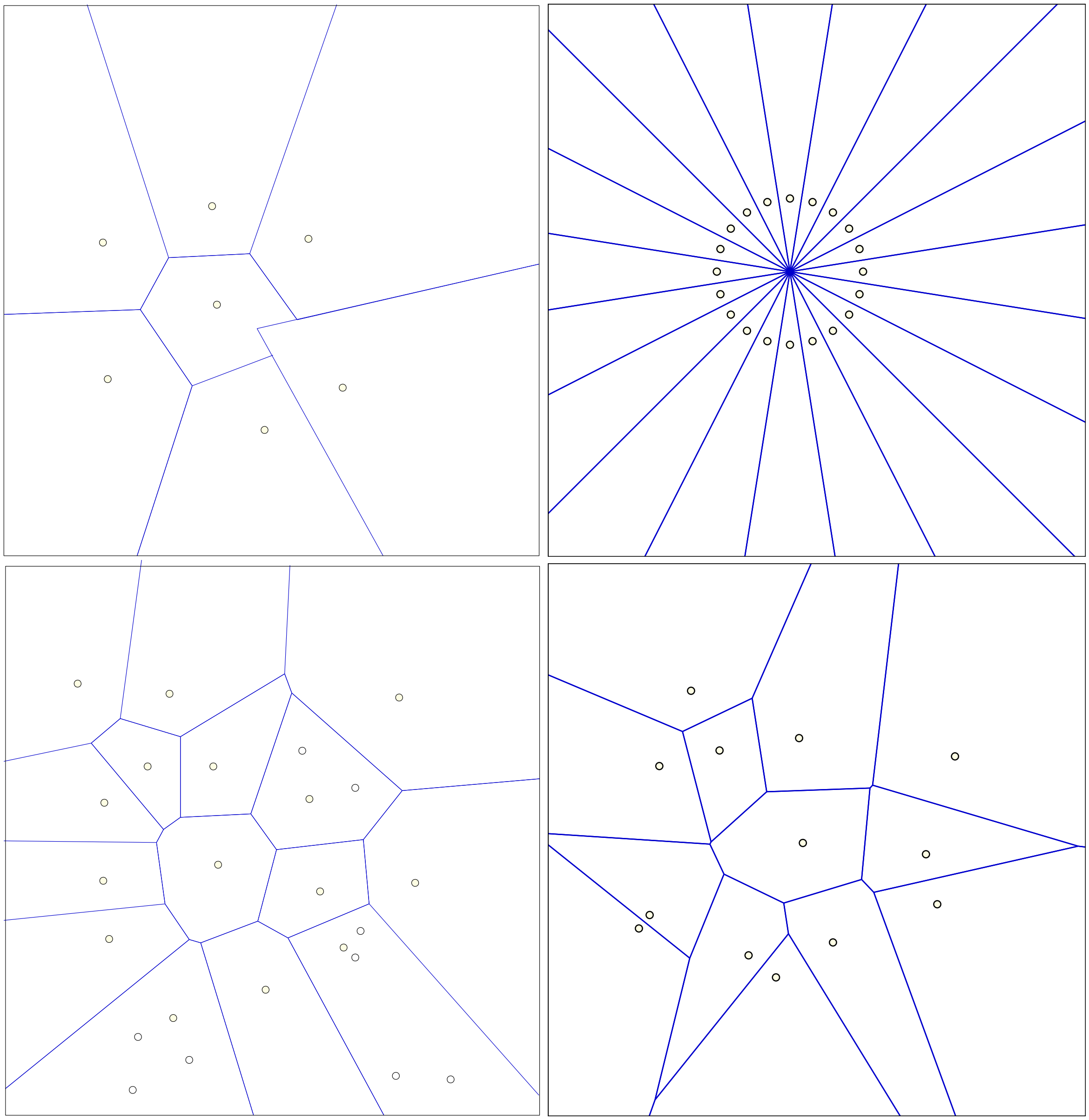
Aufgabe 3: (4 Punkte)
Sei L eine Menge von n Geraden in der Ebene und $\mathcal{A}(L)$ das Arrangement der Geraden. Ferner sei ℓ eine weitere Gerade. Die Geraden in $L \cup \{\ell\}$ seien in allgemeiner Lage. Wie kann man in Zeit $O(n)$ eine Kante in $\mathcal{A}(L)$ finden, die von ℓ geschnitten wird?

Aufgabe 4: (4 Punkte)
Der Grad eines Punktes p in einer Triangulation einer Punktmenge ist die Anzahl der Kanten, die in p enden. Zeigen Sie, dass der durchschnittliche Grad eines Punktes in einer Triangulation höchstens 6 ist (ein einfacher planarer Graph mit n Knoten besitzt höchstens $3n-6$ Kanten).



Aufgabe 5: (8 Punkte)
Bei welchen der folgenden Abbildungen handelt es sich nicht um (Ausschnitte der) Voronoidiagramme der abgebildeten Punktmengen. Begründen Sie kurz ihre Antwort.

A B



C D

Aufgabe 6: (10 Punkte)
Sei S eine Menge von n Punkten in der Ebene in allgemeiner Lage, d.h., es gibt keine 3 Punkte aus S, die auf der gleichen Geraden liegen.

(a) Geben Sie einen Teile-und-Herrsche Algorithmus an, der die konvexe Hülle $CH(S)$ in Zeit $O(n \log n)$ berechnet. Zur Laufzeit und zur Korrektheit ihres Algorithmus brauchen Sie nichts zu sagen.

(b) Sei k die Anzahl der Extrempunkte in S, also die Anzahl der Eckpunkte von $CH(S)$. Aus wie vielen Kanten besteht eine Triangulation $T(S)$? (allgemeine Lage, ohne Beweis).