Otto-von-Guericke-Universität Magdeburg

Fakultät für Informatik
Lehrstuhl für Simulation

28. Januar 2008

Klausur *Introduction to Simulation*

Gesamtzahl der erreichbaren Punkte:	100
Anzahl der Aufgaben:	9
Anzahl Seiten:	10 plus Anhang und Leerseiten
Bearbeitungszeit:	120 Minuten
Erlaubte Hilfsmittel:	keine

Name:			
Matrikelnummer:		Studiengang/Matrikeljahr:	

Zur Information:

Aus den Vorgaben zur Durchführung schriftlicher Prüfungen der Fakultät für Informatik:

Wir machen Sie darauf aufmerksam, dass Täuschungsversuche, z.B. die Benutzung nicht zugelassener Hilfsmittel oder Ordnungsverstöße zur Bewertung der Klausur mit der Note „nicht ausreichend" führen. Sowohl Täuschungsversuche als auch Ordnungsverstöße werden protokolliert. Ordnungsverstöße können nach einer Abmahnung zum Ausschluss von der Klausur führen. Bei Täuschungsversuchen können Sie die Klausur zwar fortsetzen, sie wird aber später mit 5,0 bewertet.

You may answer the questions in German or English.

Aufgabe	**Punkte**	
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		
9		
Summe:		

—— Der Lehrstuhl für Simulation wünscht Ihnen viel Erfolg! ——

Aufgabe 1: Kontinuierliche Simulation (10 Punkte).

a) Kontinuierliche Modellierung
Geben Sie das System gewöhnlicher Differentialgleichungen an, das den Verlauf der Variablen h, a, T und v der folgenden Situation beschreibt! Verwenden Sie die Symbole c_1, c_2 usw. für positive Konstanten.

- Eine Rakete startet zum Zeitpunkt 0 [s] senkrecht nach oben.
- Die Masse des Treibstoffs an Bord beträgt *T* [kg] und die Masse der Rakete (ohne Treibstoff) beträgt *m* [kg].
- Beim Start beträgt Masse des Treibstoffs an Bord beträgt 1E5 [kg].
- Die Rakete verbrennt Treibstoff mit der Rate *r* [kg/s] und entwickelt dabei die Schubkraft *s* [kg m /s^2].
- Die Erdbeschleunigung *a* [m / s^2] ist umgekehrt proportional zum Quadrat der Höhe *h* [m] über der Erdmitte. Auf der Erdoberfläche beträgt sie 9.81 [m / s^2].
- Die Rakete erfährt einen Luftwiderstand, der proportional ist zum Verhältnis des Quadrats der Raketengeschwindigkeit *v* [m/s] zum Quadrat der Höhe *h* [m] über der Erdmitte.
- Der Radius der Erde beträgt 6E6 [m].

b) Skizzieren Sie eine periodische Lösung der Lotka-Volterra-Gleichungen als Phasendiagramm!

c) Erklären Sie Steifheit (*stiffness*) bei gewöhnlichen Differentialgleichungen!

Aufgabe 2: Semester Assignment „Ice Age – Director's Cut" (20 Punkte).

a) Kontinuierliches Verhalten
Skizzieren Sie einen typischen Verlauf des Energielevel der vier Gefährten für den Fall, dass sie den Pass rechtzeitig erreichen. Markieren und benennen Sie die neun (!) verschiedenen Aktivitäten und Zustände! Erklären Sie kurz das Verhalten!

b) Simplex-Programmierung
Geben Sie den Simplex-Programmtext des Ereignisses "Beginn einer Pause" an und erläutern Sie ihn kurz!

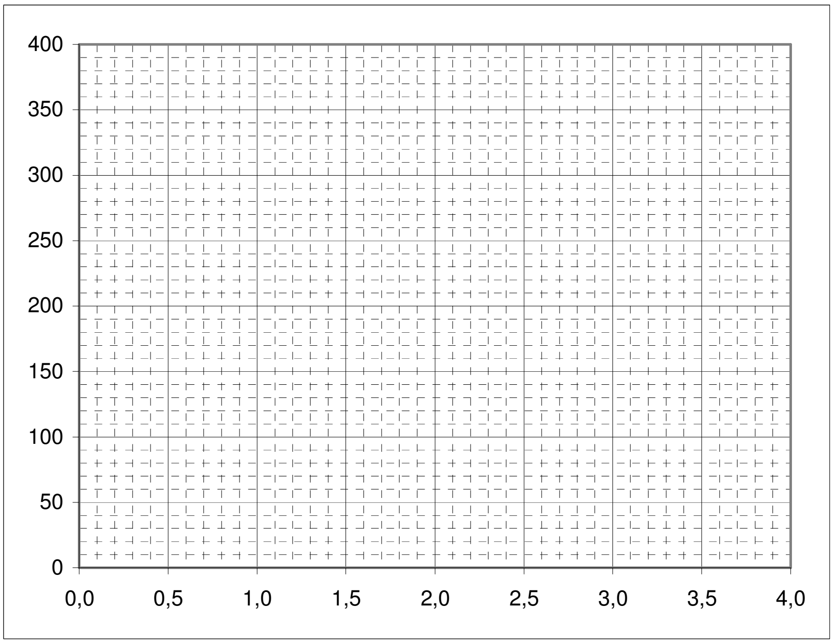
c) Anzahl an Pausen
Wie viele Pause machen die vier Gefährten während ihrer Mission? Wie sieht eine statistisch aussagekräftige Antwort aus? Was bedeutet sie und welcher Grundlage basiert diese Antwort?

Aufgabe 3: Analyse von Input-Daten (10 Punkte).

a) Quantile-Quantile-Plot
Die folgenden zehn Zahlen entstammen einer Datenmessung:

0.3, 3.0, 1.9, 0.1, 0.6, 0.2, 1.4, 1.0, 0.4, 0.8

Sie vermuten, diesen Daten liegt eine Exponentialverteilung zugrunde. Um diese Vermutung zu überprüfen, zeichnen Sie im vorbereiteten Bereich ein Quantile-Quantile-Plot und interpretieren Sie das Ergebnis!



b) Chi²-Test
Sie erhalten eine Datei mit 100 Zahlen zwischen 0 und 12. Diese werden ihrer Größe entsprechend in sechs Intervallen („Observed“) klassifiziert. Jemand behauptet nun, diese Zahlen sind normalverteilt mit den Parametern N(6,2) und erstellt Ihnen die jeweils erwarteten Werte zu den einzelnen Klassen („Expected“) zur Verfügung.

	xMin	***xMax***	***Expected***	***Observed***		
	0	2	2	3		
	2	4	14	18		
	4	6	34	41		
	6	8	34	29		
	8	10	14	8		
	10	12	2	1		
Summe			100	100		

Was sagt der Chi-Quadrat-Test dazu? Fassen Sie dabei keine Klassen zusammen und runden Sie bitte bei der Berechnung auf eine Stelle nach dem Komma. Verwenden Sie einmal $\alpha = 0.10$ und einmal $\alpha = 0.05$. Was bedeuten diese Ergebnisse genau?

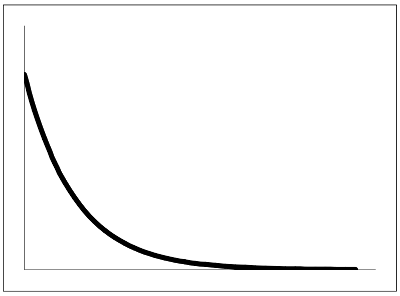
Aufgabe 4: Zufallsvariablen (10 Punkte). Statistisches Bundesamt

a) Dichtefunktionen

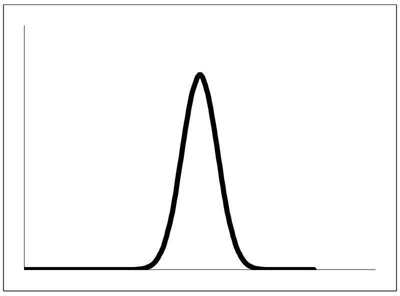
Im statistischen Bundesamt wurden die Verteilungen der folgenden Zufallsgrößen ermittelt:

1. Abweichungen vom Sollmaß bei der Fertigung von Werkstücken
2. Lebensdauer von mechanischen Bauteilen
3. Lebensdauer von Atomen beim radioaktiven Zerfall

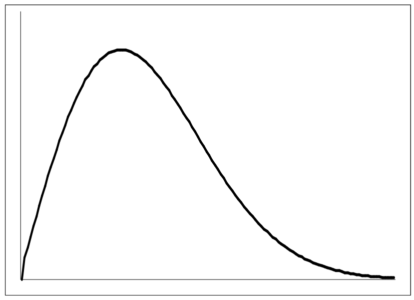
Die Wahrscheinlichkeitsdichten der Verteilungen sehen wie folgt aus:



A



B



C

Ordnen Sie die Graphen A, B und C den Messungen 1, 2, und 3 zu, und erklären Sie Ihre Entscheidung!

b) Exponentialverteilung

Der Vorrat des Leiters der Haustechnik an Glühbirnen muss wieder aufgestockt werden. Die benötigte Bauart hat eine exponentiell verteilte Lebensdauer von 1000 Stunden. Er hat nun die Möglichkeit neue Glühbirnen zu kaufen für 0,80 € das Stück, oder 500 Stunden gebraucht für 0,30 €. Was empfehlen Sie ihm und warum?

c) Verteilungsfunktionen

Der durchschnittliche CO2-Austoß (g/km) eines deutschen PKWs ist N(160, 20) verteilt. Wie viele der ca. 45 Millionen aktuell in Deutschland zugelassenen Fahrzeuge haben einen CO2-Ausstoss zwischen 170 g/km und 185 g/km?

Aufgabe 5: Petri-Netz (10 Punkte). Schokoladenfabrik

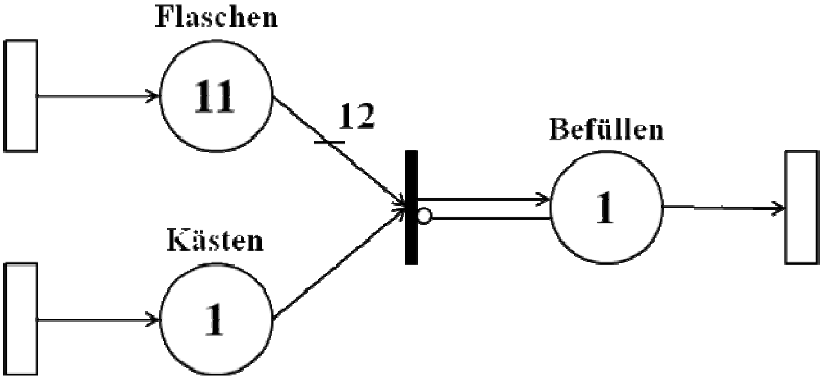
In einer kleinen Schokoladenfabrik werden auf einer Produktionslinie die nicht verkauften Schoko-Männer zu Schoko-Osterhasen umgearbeitet. Der Herstellungsprozess ist wie folgt aufgebaut:

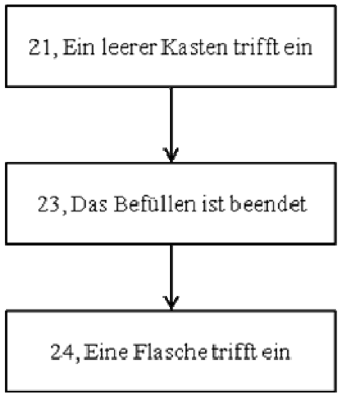
Die Weihnachtsmänner erreichen die Produktionslinie einzeln in zufällig verteilten zeitlichen Intervallen und werden in einem Puffer gelagert. Das vollautomatische Entpacken der Weihnachtsmänner aus ihrer Papierhülle erfolgt in einer Auswickelmaschine, die immer nur je eine Schokofigur bearbeiten kann. Der Vorgang des Auswickelns hat eine feste Zeitdauer.
Beim Verlassen der Maschine wird jeder entpackte Weihnachtsmann geprüft, ob eventuelle Papierreste an ihm haften. Mit einer Wahrscheinlichkeit p muss der Weihnachtsmann aussortiert werden und geht zurück in den Puffer vor der Auswickelmaschine, um erneut bearbeitet zu werden.
Die korrekt entpackten Weihnachtsmänner wandern zum Schmelzen und Formen in eine Maschine, die genau 10 Schoko-Männer auf einmal bearbeiten kann. Der gesamte Vorgang dauert eine zufällig verteilte Zeit und es verlassen 12 fertig geformte Osterhasen die Maschine. Für den Fall, dass vor Beendigung des Schmelzen und Formens weitere ausgewickelte Schoko-Männer bereitstehen, existiert vor der Maschine ein Puffer.
Für das Verpacken der geformten Schoko-Hasen werden diese einzeln in eine Einwickelmaschine eingefahren und eingewickelt, was eine zufällig verteilte Zeit dauert. Wenn das Einwickelpapier in der Maschine beschädigt wird, muss ein Mitarbeiter die Maschine anhalten und den Fehler beheben. Dies tritt in zufällig verteilten Zeitintervallen auf. Die Maschine kann während der Korrektur, die ebenfalls eine zufällig verteilte Zeitdauer hat, nicht weiterarbeiten. Anschließend wird die Einwickelarbeit fortgesetzt, wo sie unterbrochen wurde.
Nach dem erfolgreichen Verpacken verlassen die Schoko-Osterhasen einzeln die Produktionslinie.

Zeichnen Sie ein Petri-Netz-Modell dieses Systems! Gehen Sie dabei von folgendem Startzustand aus: Die Aus- und Einwickelmaschinen sind in Betrieb, es befinden sich 2 Weihnachtsmänner im Eingangspuffer, alle anderen Puffer sind leer. Kennzeichnen Sie Transitionen, welche die Race Age-Eigenschaft haben. Welche Transition sind im derzeitigen Zustand aktiviert?

Aufgabe 6: Ablauf einer diskreten Simulation (10 Punkte). Getränkehersteller

Am Ende der Produktionslinie eines Getränkeherstellers werden in einer Maschine die befüllten Flaschen in leere Getränkekästen einsortiert. Flaschen und Kästen treffen getrennt voneinander in zufällig verteilten Intervallen ein.
In einen Getränkekasten können 12 Flaschen einsortiert werden. Nur wenn für einen Kasten alle Flaschen zum Einsortieren zur Verfügung stehen, beginnt die Maschine mit der Arbeit. Diese hat wiederum eine zufällig verteilte Dauer. Es kann zu einem Zeitpunkt immer nur ein Getränkekasten befüllt werden.
Das System wird durch das folgende Petri-Netz dargestellt. Zum Zeitpunkt 20 sind 11 Flaschen vorhanden und ein leerer Getränkekasten. In der Maschine wird gerade ein Kasten befüllt. Die *Future-Event-List* (FEL) im System sieht wie folgt aus:





Die nächsten drei Bearbeitungsdauern für die Maschine sind: 5, 8 und 7.
Die nächsten drei Zwischenankunftsintervalle für Flaschen sind: 2, 1 und 5.
Die nächsten drei Zwischenankunftsintervalle für leere Kästen sind: 5, 6 und 3.

a) Zustandsvariablen
Was sind die Zustandsvariablen dieses Systems?

b) Simulationsablauf
Skizzieren Sie den Ablauf des Simulationsprogramms von Zeitpunkt 20 bis Zeitpunkt 25. Geben Sie dabei die Veränderungen des Systemzustandes an, und welche Ereignisse primär und sekundär sind.

c) Future Event List
Wie sieht die FEL zum Zeitpunkt 25 aus?

Aufgabe 7: Warteschlangenstrategien (10 Punkte). Im Computer

Die folgenden Aufträge (*jobs*) seien in einer Warteschlange eingetroffen (Der Wert 1 bedeutet höhere Priorität):

Auftragsname:	A	B	C	D
Ankunftszeitpunkt:	6	5	2	8
Priorität:	2	2	1	1
Bearbeitungsdauer:	2	4	8	3

a) *Strategien*
Tragen sie die Auftragsnamen geordnet nach den angegebenen Strategien (*queueing strategies / scheduling policies*) in die Warteschlange ein, zunächst ohne das Verlassen der Warteschlange wegen Bearbeitung zu beachten:

(1) First In, First Out (FIFO)

(2) Zuerst hohe Priorität, dann FIFO

(3) Shortest Job First

b) *Die CPU*
Nach dem Austausch der defekten CPU müssen nun die vier Jobs, die in der FIFO-Warteschlage aufgelaufen sind, bearbeitet werden. Diese vier wartenden Jobs werden durch die CPU allerdings nach der Strategie „Round Robin“ abgearbeitet. Jeder Job erhält einen Timeslot von maximal zwei Zeiteinheiten. In welcher Reihenfolge werden die Jobs von der CPU abgearbeitet sein?

c) *Wartezeiten*
Welches Problem kann bei der Strategie „Shortest Job First“ auftreten? Erklären Sie kurz warum und geben Sie eine Lösungsmöglichkeit für dieses Problem an!

Aufgabe 8: Output-Analyse (10 Punkte). In der Mensa

In der Mensa der Otto-von-Guericke-Universität Magdeburg beobachten wir zur Mittagszeit zwei Kassen: An Kasse I kann nur elektronisch mit dem Studentenausweis bezahlt werden, während an Kasse II auch Bargeld akzeptiert wird. Sie sollen nun bestimmen, welche Bezahlweise besser ist und ein schnelleres Abkassieren erlaubt.

Beide Kassen werden mit jeweils 10 Läufen simuliert, wobei alle 20 Läufe voneinander stochastisch unabhängig sind. Aufgrund des großen Andrangs zur Mittagszeiten waren die Warteschlagen vor den Kassen niemals leer. Daraufhin erhält man die folgende Anzahl Studenten, die innerhalb von fünf Minuten ihre Mahlzeiten bezahlen konnten:

Lauf Nr.	**Kasse I**	**Kasse II**	D_r	$\overline{D}$	$(D_r-\overline{D})^2$		
1	**1**	**6**					
2	**3**	**4**					
3	**4**	**1**					
4	**2**	**2**					
5	**1**	**2**					
6	**6**	**2**					
7	**5**	**1**					
8	**5**	**2**					
9	**3**	**2**					
10	**5**	**3**					

a) Vergleich
Was ist das Ergebnis ihrer Berechnung? (Tipps: Benutzen Sie die leeren Felder für Ihre Berechnungen! Grobe Schätzungen bei Wurzelrechnungen sind ausreichend.)

b) Interpretation
Welches System ist besser? Was können Sie zur Aussagekraft dieses Ergebnisses sagen?

c) Verbesserungsmöglichkeiten
Nennen Sie zwei Möglichkeiten, um dieses Ergebnis zu verbessern? Erklären Sie Ihre Lösungsvorschläge!

Aufgabe 9: Verschiedenes (10 Punkte).

a) Gegeben sei das Anfangswertproblem (*initial value problem*) $y' = 2y + t,\ y(0) = 3$. Dieses soll mit dem Euler-Verfahren mit einer Zeitschrittweite von 1 gelöst werden. Welchen Wert erhält man zum Zeitpunkt $t = 3$?

b) Wir wollen (Pseudo-)Zufallszahlen R_i erzeugen, die N(160, 20) verteilt sind. Dazu soll die lineare Kongruenzmethode (*Linear Congruential Method)* verwendet werden. Was sind die Werte für R_1 bis R_4 (ungefähr!), die man erhält, wenn man die Parameter $a = 3$, $c = 9$, $m = 50$ und den *Seed* (Saat/Samen) $x_0 = 5$ verwendet?

c) Was ist Validierung? Was ist Verifikation?

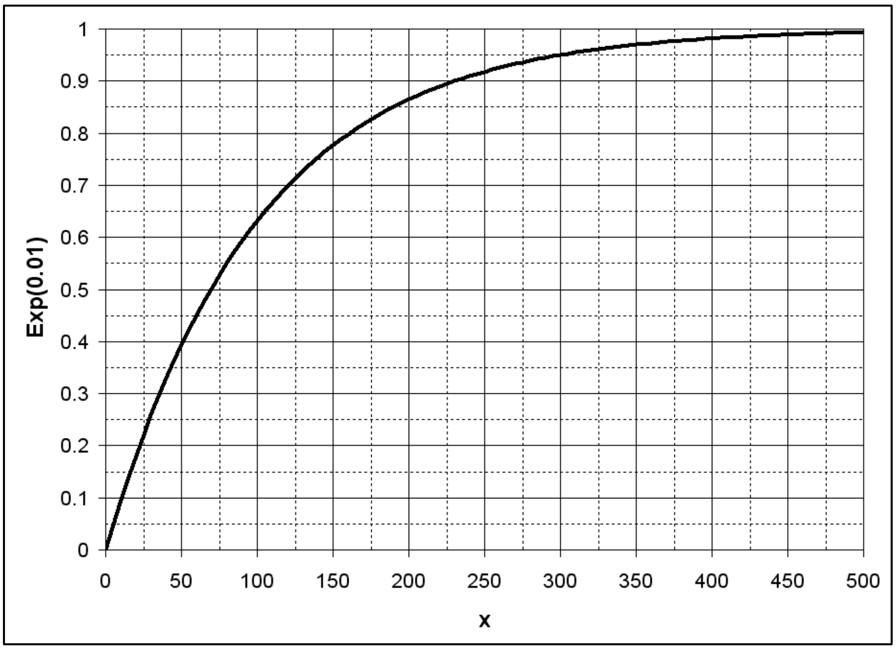
d) Wir betrachten eine beliebige Vorlesung aus dem Kurs "Introduction to Simulation", die gerade von Prof. Horton in Raum 307 gehalten wird. Geben Sie jeweils ein Beispiel an für

- ein Ereignis (*event*)
- eine Aktivität (*activity*)
- eine Verzögerung (*delay*)
- eine Entität (*entity*)
- ein Attribut (*attribute*)

e) Eine Woche vor der anstehenden Prüfung bildet sich vor dem Büro von Prof. Horton eine Warteschlange. Die Studenten kommen dort ungefähr alle drei Minuten an und die Schlange umfasst im Mittel zwei Personen. Wie lange muss der Student voraussichtlich vor dem Büro warten, bevor er seine Fragen stellen kann?

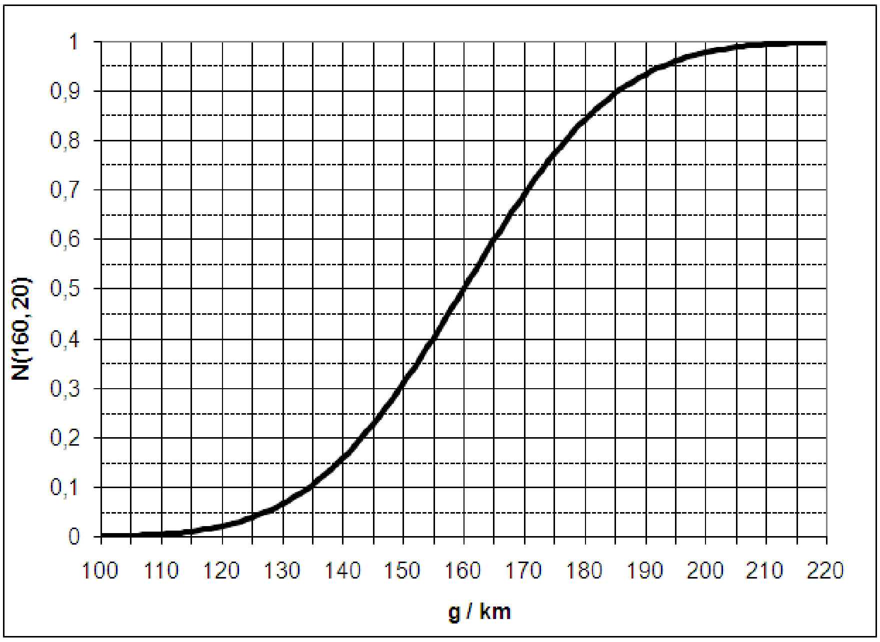
Anhang

Graph der Exp(λ=0,01) Verteilung



Der Wert der Student *t*-Verteilung für $\alpha = 0.05$ und 9 Freiheitsgrade beträgt $t_{0.025;\,9} = 2.26$

Graph der N(160, 20) Verteilung



Einige Werte der χ^2-Verteilung:

		Anz. Freiheitsgrade				
		3	4	5	6	7
α	0.05	7.82	9.49	11.07	12.59	14.07
	0.10	6.25	7.78	9.24	10.65	12.08