LEHRSTUHL FÜR Simulation

Otto-von-Guericke-Universität Magdeburg

Fakultät für Informatik
Lehrstuhl für Simulation

30. Januar 2006

Klausur *Introduction to Simulation*

Gesamtzahl der erreichbaren Punkte:	100
Anzahl der Aufgaben:	9
Anzahl Seiten:	12 plus Anhang
Bearbeitungszeit:	120 Minuten
Erlaubte Hilfsmittel:	keine

Name:			
Matrikelnummer:		Studiengang/Matrikeljahr:	

Zur Information:

Aus den Vorgaben zur Durchführung schriftlicher Prüfungen der Fakultät für Informatik:

Wir machen Sie darauf aufmerksam, dass Täuschungsversuche, z.B. die Benutzung nicht zugelassener Hilfsmittel oder Ordnungsverstöße zur Bewertung der Klausur mit der Note „nicht ausreichend“ führen. Sowohl Täuschungsversuche als auch Ordnungsverstöße werden protokolliert. Ordnungsverstöße können nach einer Abmahnung zum Ausschluss von der Klausur führen. Bei Täuschungsversuchen können Sie die Klausur zwar fortsetzen, sie wird aber später mit 5,0 bewertet.

—— Der Lehrstuhl für Simulation wünscht Ihnen viel Erfolg! ——

Aufgabe 1: Kontinuierliche Modellierung (10 Punkte).

Ein (sehr stark vereinfachtes) Modell für die physikalischen Eigenschaften eines Flugzeugs in der Luft berücksichtigt die folgenden Größen:

- Das an Bord vorhandene Treibstoffvolumen: f
- Die Flughöhe: h
- Die horizontale Fluggeschwindigkeit: v
- Die (Gesamt-)Masse des Flugzeugs: m

Es gelten die folgenden Annahmen für die Wechselwirkungen zwischen den Größen:

- Der Inhalt eines leeren Treibstofftanks bleibt unverändert.
- Je größer die Gravitationskraft ist, die auf das Flugzeug einwirkt, desto schneller sinkt seine Höhe. Diese Kraft ist proportional zur Masse des Flugzeugs.
- Die horizontale Bewegung des Flugzeugs sorgt für dynamischen Auftrieb, welcher der Gravitation entgegen wirkt. Die Rate des Höhengewinns ist proportional zum Quadrat der Geschwindigkeit.
- Solange Treibstoff vorhanden ist, wird er durch die Triebwerke verbrannt. Die Verbrauchsrate ist linear abhängig von der Geschwindigkeit. Gleichzeitig ist sie umgedreht proportional zur Höhe.
- Solange Treibstoff vorhanden ist und verbraucht wird, sinkt die Masse proportional zum Verbrauch. Danach ändert sie sich nicht mehr.
- Solange die Triebwerke Treibstoff bekommen, ist die Geschwindigkeit konstant. Ansonsten sinkt sie durch den Luftwiderstand mit einer Rate, die proportional zum Quadrat der aktuellen Geschwindigkeit ist.

Geben Sie dieses Modell in Form eines Systems gewöhnlicher Differentialgleichungen (*ordinary differential equations*) an! Verwenden Sie die Symbole c_1, c_2 usw. für positive Konstanten. Skizzieren Sie Höhe und Geschwindigkeit gemeinsam über die Zeit.

Aufgabe 2: Rescue the Princess (20 Punkte).

a) Kontinuierliches Verhalten
Skizzieren Sie einen typischen Verlauf der Stamina des Prinzen und erklären Sie dieses Verhalten!

b) Simplex-Programmierung
Geben Sie den Simplex-Programmtext des Ereignisses "Der Prinz hat einen Fluss erreicht" an und erläutern Sie ihn!

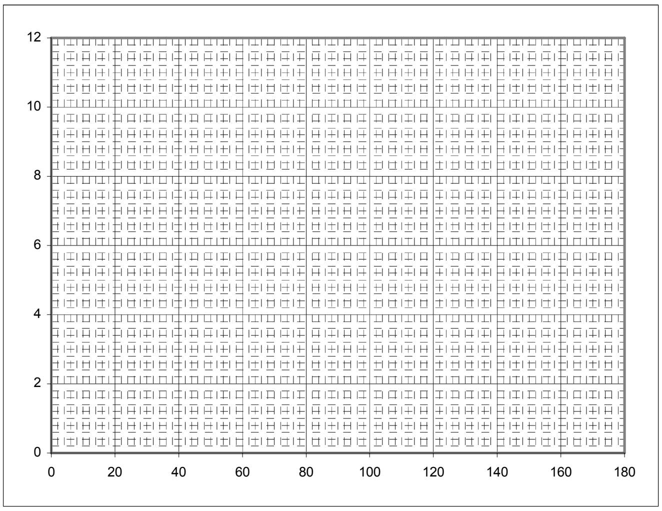
c) Zeit um das Schloss zu erreichen
Wie viel Zeit benötigt der Prinz um das Schloss zu erreichen. Wie würde eine statistisch aussagekräftige Antwort aussehen? Wie würden Sie sie berechnen? Was bedeutet sie?

Aufgabe 3: Analyse von Input-Daten (10 Punkte).

a) Quantile-Quantile-Plot.
Die folgenden zehn Zahlen entstammen einer Messung:

6.7, 11.3, 10.1, 4.7, 7.7, 5.9, 9.3, 8.8, 7.2, 8.3

Sie vermuten, diesen Daten liegt eine Normalverteilung zugrunde. Um diese Vermutung zu überprüfen, zeichnen Sie im vorbereiteten Bereich ein Quantile-Quantile-Plot, und interpretieren Sie das Ergebnis!



b) Chi-Quadrat-Test.
Sie erhalten eine Datei mit Achtzig Zahlen zwischen 0 und 1. Diese werden ihrer Größe entsprechend den zehn Intervallen $(0.1*(j-1) : 0.1*j)$, j=1..10 zugeordnet. Die Anzahl Zahlen in jedem Intervall sei wie folgt:

j	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Anz.	5	13	3	12	4	5	6	11	14	7

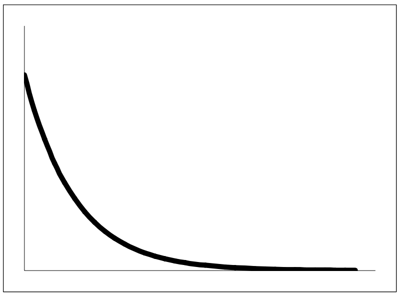
Jemand behauptet nun, diese Zahlen stammen von einem Zufallszahlengenerator. Was sagt der Chi-Quadrat-Test dazu? Verwenden Sie einmal $\alpha = 0.1$ und einmal $\alpha = 0.05$. Was bedeuten diese Ergebnisse genau?

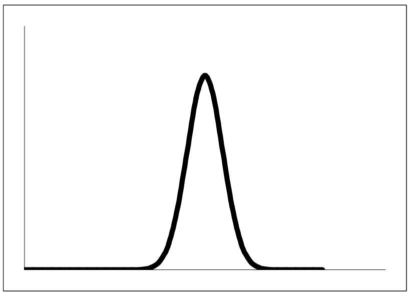
Aufgabe 4: Zufallsvariablen (10 Punkte). Ein Fastfood Restaurant.

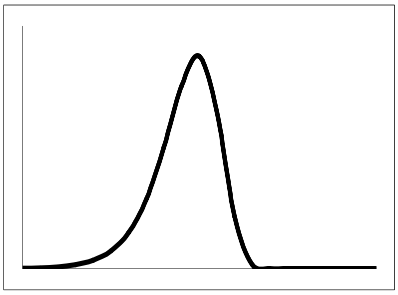
a) Dichtefunktionen
In einem Fastfood Restaurant wurden die Verteilungen der folgenden Zufallsgrößen ermittelt:

1. Die Zeit die es dauert einen Kunden zu bedienen, der ein Menü bestellt
2. Die Zeitabstände in denen das Frittierfett ausgewechselt werden muss
3. Die Zeitabstände der Kunden, die im Restaurant ankommen

Die Wahrscheinlichkeitsdichten der Verteilungen sehen wie folgt aus:


A


B


C

Ordnen Sie die Graphen A, B und C den Messungen 1, 2, und 3 zu, und erklären Sie Ihre Entscheidung!

b) Exponentialverteilung
Der Vorrat des Geschäftsführers an Glühbirnen muss wieder aufgestockt werden. Die benötigte Bauart hat eine exponentiell verteilte Lebensdauer von 2000 Stunden. Er hat nun die Möglichkeit neue Glühbirnen zu kaufen für 1,00 € das Stück, oder 1000 Stunden alte für 0,50 €. Was empfehlen Sie ihm und warum?

c) Verteilungsfunktionen
Das Gewicht der normalen Hamburger Scheiben in Gramm ist N(150,10) verteilt. Wie viele von den 500 Scheiben in einer Lieferung wiegen zwischen 130g und 140g?

Aufgabe 5: Petri-Netz (10 Punkte).

Ein Flughafen hat eine einzelne Asphaltbahn, die sowohl für Starts als auch für Landungen von Flugzeugen verwendet wird. Der Lotse muss Starts und Landungen genehmigen und stellt dabei sicher, dass nie mehr als ein Flugzeug gleichzeitig die Bahn benutzt.

Im Luftraum über dem Flughafen treffen Flugzeuge in zufällig verteilten Zeitintervallen ein und bitten um Landeerlaubnis. Wenn diese gewährt wurde, benötigt das Flugzeug eine gewisse Zeit für die Landung. Erfolgt in einem gewissen Zeitintervall keine Landeerlaubnis, muss das Flugzeug wegen Spritmangel den Luftraum verlassen und einen Ausweichflughafen ansteuern.

Gelandete Flugzeug verbringen eine gewisse Zeit am Terminal, bevor sie sich wieder auf die Reise machen. Dazu machen sie dem Lotsen ihren Abflugwunsch kund und warten auf die Starterlaubnis. Sobald diese erteilt wurde, startet das Flugzeug und die Bahn ist kurz darauf wieder verfügbar.

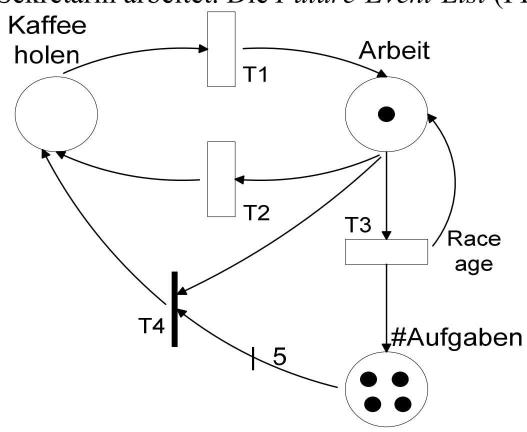
Das Wetter am Flugplatz kann zwischen gut und schlecht wechseln. Die Dauer der Wetterphasen ist zufällig verteilt. Bei schlechtem Wetter erteilt der Fluglotse keine Start- und Landeerlaubnis.

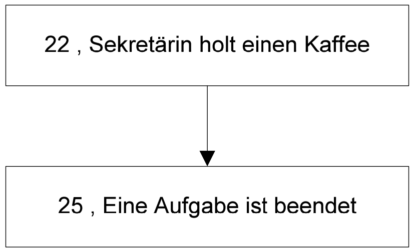
Zeichnen Sie ein Petri-Netz-Modell dieses Systems! Gehen Sie dabei von folgendem Startzustand aus: Es halten sich drei Flugzeuge am Terminal auf.

Aufgabe 6: Ablauf einer diskreten Simulation (10 Punkte).

Eine Sekretärin hat eine Menge an Aufgaben zu erledigen. Zur Erledigung jeder Aufgabe benötigt sie eine zufällig verteilte Zeitdauer (T3). In zufällig verteilten Intervallen (T2) bekommt sie Lust auf einen Kaffee, unterbricht ihre Arbeit und holt sich eine Tasse. Dazu benötigt sie ebenfalls eine zufällig verteilte Zeitdauer (T1). Wenn sie 5 Aufgaben erledigt hat, holt sie sich auf jeden Fall zur Belohnung einen Kaffee (T4).

Das System wird durch das folgende Petri-Netz dargestellt. Zum Zeitpunkt 20 sind 4 Aufgaben erledigt und die Sekretärin arbeitet. Die *Future-Event-List* (FEL) im System sieht wie folgt aus.





Die nächsten 3 Bearbeitungszeiten für Aufgaben sind: 4, 7, 3
Die nächsten 3 Intervalle zwischen Kaffeegelüsten sind: 15, 10, 13
Die nächsten 3 Zeitdauern zum Kaffee holen sind: 2, 4, 3

a) Zustandsvariablen
Was sind die Zustandsvariablen dieses Systems?

b) Simulationsablauf
Skizzieren Sie den Ablauf des Simulationsprogramms von Zeitpunkt 20 bis Zeitpunkt 30. Geben Sie dabei die Veränderungen des Systemzustandes an, und welche Ereignisse primär und sekundär sind.

c) Future Event List
Wie sieht die FEL zum Zeitpunkt 25 aus?

Aufgabe 7: Warteschlangenstrategien (10 Punkte).

Die folgenden Aufträge (*jobs*) seien in einer Warteschlange eingetroffen (Der Wert 1 bedeutet höhere Priorität):

Auftragsname:	A	B	C	D
Ankunftszeitpunkt:	1	2	8	4
Priorität:	1	2	1	2
Bearbeitungsdauer:	6	5	7	3

a) *Strategien*
Tragen sie die Auftragsnamen geordnet nach den angegebenen Strategien (*queueing strategies/scheduling policies*) in die Warteschlange ein, zunächst ohne das Verlassen der Warteschlange wegen Bearbeitung zu beachten:

(1) First In, First Out (FIFO)

(2) Zuerst Priorität, dann FIFO

(3) Shortest Job First

b) *Wartezeiten*
Nun unter Beachtung der Bearbeitung der einzelnen Aufträge:
Bei der Strategie FIFO: Welcher Auftrag hat die längste Wartezeit?
Wie ist die durchschnittliche Wartezeit der Aufträge?
(Als Wartezeit zählt die Zeitdauer, die ein Job sich in der Warteschlange aufhält, bevor er in die Bearbeitung kommt.)

c) *Profit*
Es stehen nur 20 Zeiteinheiten zur Bearbeitung der Aufträge zur Verfügung. Der Profit für bearbeitete Aufträge der Priorität 1 beträgt 20€, bei Priorität 2 dagegen 5€.
Wie hoch ist der Profit bei der Warteschlangenstrategie FIFO?
Welche andere Warteschlangenstrategie könnte diesen Profit vergrößern? Begründen Sie!

Aufgabe 8: Output-Analyse (10 Punkte). Wir betrachten zwei unterschiedliche Konfigurationen eines Geldautomatensystems: System I besteht aus einem schnelleren Geldautomaten, während System II zwei langsamere Automaten umfasst. Sie sollen herausfinden, welches System besser ist.

Beide Systeme werden mit jeweils 10 Läufen simuliert, wobei alle 20 Läufe voneinander stochastisch unabhängig sind. Man erhält die folgende Anzahl Kunden in der Warteschlange nach einer Stunde:

Lauf Nr.	**System I**	**System II**					
1	**2**	**2**					
2	**3**	**4**					
3	**5**	**3**					
4	**4**	**1**					
5	**5**	**2**					
6	**6**	**2**					
7	**5**	**1**					
8	**3**	**2**					
9	**1**	**2**					
10	**1**	**6**					

a) Vergleich
Welches System ist besser? (Tipps: Benutzen Sie die leeren Felder für Ihre Berechnungen! Grobe Schätzungen bei Wurzelrechnungen sind ausreichend.)

b) Interpretation
Was können Sie zur Aussagekraft dieses Ergebnisses sagen?

c) Verbesserungsmöglichkeiten
Nennen Sie zwei Möglichkeiten, um dieses Ergebnis zu verbessern? Erklären Sie Ihre Lösungsvorschläge!

Aufgabe 9: Verschiedenes (10 Punkte).

a) Gegeben sei das Anfangswertproblem (*initial value problem*) $y' = y + t$, $y(0) = 5$. Dieses soll mit dem Euler-Verfahren mit einer Zeitschrittweite von 1 gelöst werden. Welchen Wert erhält man zum Zeitpunkt $t = 2$?

b) Wir wollen (Pseudo-)Zufallszahlen erzeugen, die Weibull(3.0, 4.0) verteilt sind. Dazu soll die lineare Kongruenzmethode (*Linear Congruential Method)* verwendet werden. Was sind die ersten vier Werte (ungefähr!), die man erhält, wenn man die Parameter $a = 11$, $c = 7$, $m = 50$ und den *Seed* (Saat/Samen) $x_0 = 7$ verwendet?

c) Wir betrachten das Strassenbahnnetz der MVB. Geben Sie jeweils ein Beispiel an für

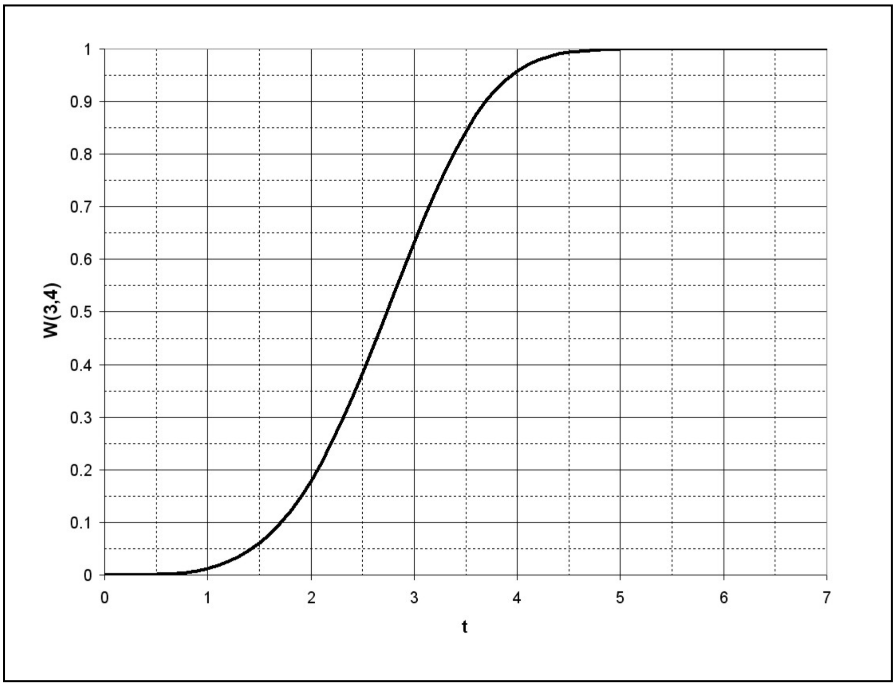
- Ein Ereignis (*event*)
- Eine Aktivität (*activity*)
- Eine Verzögerung (*delay*)
- Eine Entität (*entity*)
- Ein Attribut (*attribute*)

d) Was wird aus dem globalen Fehler *(global error)* des Euler-Verfahrens, wenn man die Schrittweite halbiert?

e) An einer Warteschlange in einer Bank kommen neue Kunden ungefähr alle 2 Minuten an, und die Schlange umfasst im Mittel fünf Personen. Wie lange muss ein Kunde voraussichtlich in der Schlange warten?

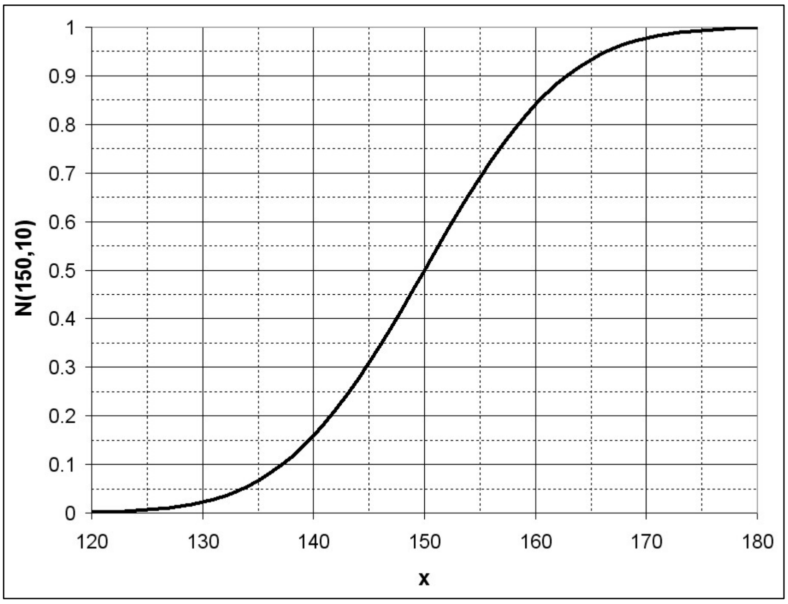
Anhang

Graph der Funktion
y = Weibull(α = 3, β = 4)



Der Wert der Student t-Verteilung für α = 0.05 und 9 Freiheitsgrade beträgt 2.26

Graph der (150, 10) Normalverteilung



Einige Werte der χ^2-Verteilung:

		Anz. Freiheitsgrade				
		8	9	10	11	12
α	0.05	15.51	16.92	18.31	19.68	21.03
	0.1	13.36	14.68	15.99	17.28	18.55