

Klausur *Introduction to Simulation*

Gesamtzahl der erreichbaren Punkte: 100  
 Anzahl der Aufgaben: 9  
 Anzahl Seiten: 10 (+2 Leerseiten) + Anhang  
 Bearbeitungszeit: 120 Minuten  
 Erlaubte Hilfsmittel: keine

Name:			
Matrikelnummer:		Studiengang/Matrikeljahr:	

**Zur Information:**

Die Antworten können auch in englischer Sprache erfolgen.  
You may answer the questions in English.

**Aus den Vorgaben zur Durchführung schriftlicher Prüfungen der Fakultät für Informatik:**

Wir machen Sie darauf aufmerksam, dass Täuschungsversuche, z.B. die Benutzung nicht zugelassener Hilfsmittel oder Ordnungsverstöße zur Bewertung der Klausur mit der Note „nicht ausreichend“ führen. Sowohl Täuschungsversuche als auch Ordnungsverstöße werden protokolliert. Ordnungsverstöße können nach einer Abmahnung zum Ausschluss von der Klausur führen. Bei Täuschungsversuchen können Sie die Klausur zwar fortsetzen, sie wird aber später mit 5,0 bewertet.

— Der Lehrstuhl für Simulation wünscht Ihnen viel Erfolg! —

### Aufgabe 1: Kontinuierliche Modellierung (10 Punkte). Beim Tauchen.

Ein Taucher flieht vor einem Hai, der ihn verfolgt. Ein Modell für diese Situation berücksichtigt die folgenden kontinuierlichen (positiv reellwertigen) Größen:

- Der Abstand des Tauchers zum rettenden Ufer:  $d_u$
- Der Abstand des Tauchers zum Hai:  $d_h$
- Die Geschwindigkeit des Tauchers:  $v_T$
- Die Geschwindigkeit des Hais:  $v_H$
- Der verbleibende Sauerstoff in der Flasche:  $s$

Es gelten die folgenden Annahmen für die Wechselwirkungen zwischen den Größen:

- Der Taucher schwimmt direkt auf das Ufer zu. Der Abstand nimmt also mit einer Rate ab, die proportional zur Geschwindigkeit des Tauchers ist.
- Der Hai schwimmt ihm auf direktem Weg hinterher. Daher ist die Änderung des Abstands zwischen Taucher und Hai durch die Differenz ihrer Geschwindigkeiten bestimmt.
- Die Beschleunigung des Tauchers ist umgekehrt proportional zum Quadrat des Abstandes zum Hai.
- Die Geschwindigkeit des Tauchers sinkt weiterhin mit einer Rate, die umgekehrt proportional ist zur verbleibenden Sauerstoffmenge, da er Angst hat, dass ihm der Sauerstoff ausgeht.
- Je näher das ungleiche Paar dem Strand kommt, desto mehr scheut der Hai das flache Wasser. Er verringert seine Geschwindigkeit mit einer Rate, die umgekehrt proportional ist zum Abstand des Tauchers vom Ufer.
- Der Sauerstoffverbrauch des Tauchers steigt proportional seiner Geschwindigkeit an.
- Wenn der Hai dem Taucher näher kommt, steigt dessen Puls aus Angst weiter an. Dadurch verbraucht er zusätzlichen Sauerstoff mit einer Rate, die umgekehrt proportional zum Abstand zwischen Taucher und Hai ist.

Geben Sie dieses Modell in Form eines Systems gewöhnlicher Differentialgleichungen (*ordinary differential equations*) an! Verwenden Sie die Symbole  $c_1$ ,  $c_2$  usw. für positive Konstanten.

**Welche der drei folgenden Fragen kann von einem solchen Modell nicht beantwortet werden?**

1. Wie entwickelt sich der Abstand zwischen Hai und Taucher über die Zeit?
2. Mit welcher Wahrscheinlichkeit erstickt der Taucher, bevor er das Ufer erreicht oder vom Hai gefressen wird?
3. Wird der Taucher vom Hai gefressen oder erreicht er das sichere Ufer?

**Aufgabe 2: Semester Assignment „Escape from the Fish Tank“ (20 Punkte).**

*a) Kontinuierliches Verhalten*

Skizzieren Sie einen typischen Verlauf der Verschmutzung des Aquariums und erklären Sie dieses Verhalten!

*b) Simplex-Programmierung*

Geben Sie den Simplex-Programmtext des Ereignisses "Dr. Sherman schaut sich das Aquarium an" (Kontrollblick auf die Verschmutzung) an und erläutern Sie ihn!

*c) Hindernisse*

Wie viele Sabotageversuche unternehmen die Fische während der Simulation? Wie würde eine statistisch aussagekräftige Antwort aussehen? Wie würden Sie sie berechnen? Was bedeutet sie?

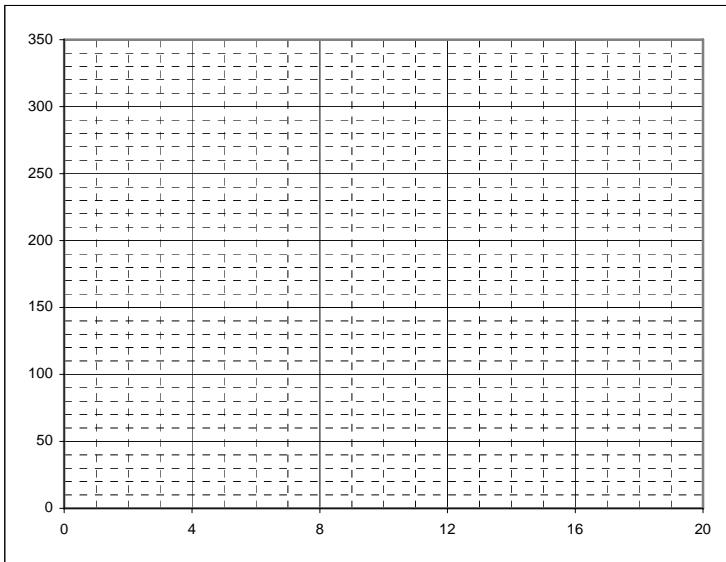
**Aufgabe 3: Analyse von Input-Daten (10 Punkte).**

a) *Quantile-Quantile-Plot.*

Die folgenden zehn Zahlen entstammen einer Messung:

1.4, 15.0, 9.5, 0.3, 3.0, 0.8, 6.9, 5.2, 2.2, 4.0

Sie vermuten, diesen Daten liegt eine Exponentialverteilung zugrunde. Um diese Vermutung zu überprüfen, zeichnen Sie im vorbereiteten Bereich ein Quantile-Quantile-Plot, und interpretieren Sie das Ergebnis!



b) *Chi-Quadrat-Test.*

Sie erhalten eine Datei mit 100 Zahlen zwischen 0 und 1. Diese werden ihrer Größe entsprechend den zehn Intervallen  $(0.1 \cdot (j-1) : 0.1 \cdot j)$ ,  $j = 1..10$  zugeordnet. Die Anzahl der Zahlen in jedem Intervall sei wie folgt:

$J$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Anz.	14	5	13	11	4	6	7	12	15	13

Jemand behauptet nun, diese Zahlen stammen von einem Zufallszahlengenerator. Was sagt der Chi-Quadrat-Test dazu? Verwenden Sie einmal  $\alpha = 0.1$  und einmal  $\alpha = 0.05$ . Was bedeuten diese Ergebnisse genau?

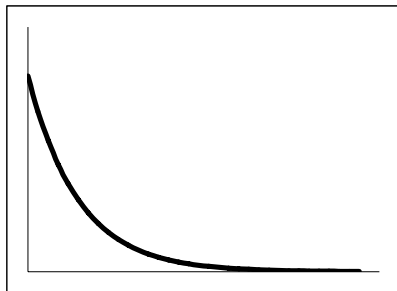
#### Aufgabe 4: Zufallsvariablen (10 Punkte). Statistisches Bundesamt

##### a) Dichtefunktionen

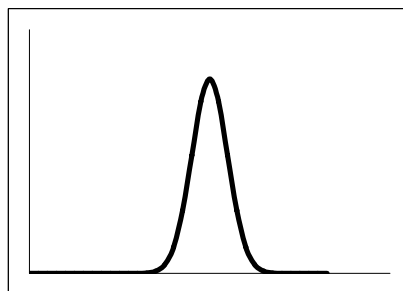
Im statistischen Bundesamt wurden die Verteilungen der folgenden Zufallsgrößen ermittelt:

1. Die Abstände zwischen den Geburten in den Krankenhäusern deutschlandweit
2. Die Lebensdauer einer neu gebauten Straße bis zur ersten vollständigen Sanierung
3. Die tatsächliche Wochenarbeitszeit eines vollbeschäftigten deutschen Arbeitnehmers

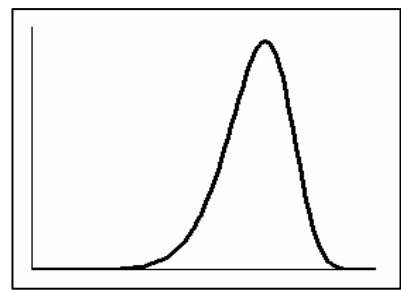
Die Wahrscheinlichkeitsdichten der Verteilungen sehen wie folgt aus:



A



B



C

Ordnen Sie die Graphen A, B und C den Messungen 1, 2, und 3 zu, und erklären Sie Ihre Entscheidung!

##### b) Exponentialverteilung

Der Vorrat des Hausmeisters an Glühbirnen muss wieder aufgestockt werden. Die benötigte Bauart hat eine exponentiell verteilte Lebensdauer von 2000 Stunden. Er hat nun die Möglichkeit neue Glühbirnen zu kaufen für 3,00 € das Stück, oder 1000 Stunden gebrauchte für 1,50 €. Was empfehlen Sie ihm und warum?

##### c) Verteilungsfunktionen

Die durchschnittliche Körpergröße in cm einer erwachsenen deutschen Frau ist  $N(170,10)$  verteilt. Wie viele von den etwa 30 Millionen erwachsenen deutschen Frauen sind zwischen 160 und 165 cm groß?

### **Aufgabe 5: Petri-Netz (10 Punkte). In der Schreinerei**

Eine Schreinerei stellt in einer Produktionslinie Tische her, die jeweils aus einer Tischplatte und vier Tischbeinen montiert werden. Die Produktionslinie ist wie folgt aufgebaut.

Die Tischplatten erreichen die Produktionslinie einzeln in zufällig verteilten zeitlichen Intervallen. Sie werden in einem Puffer gelagert, bevor sie lackiert werden. Das Lackieren erfolgt in einer Lackiermaschine, die gleichzeitig zwei Tischplatten aufnehmen kann. Die Maschine wird nur in Betrieb genommen, wenn sie voll ausgelastet werden kann. Der Einsatz der Lack-Maschine hat eine feste Zeitdauer. Während der Dauer des Betriebs kann die Lack-Maschine ausfallen. Nach dem Ausfall wird sie von einem Techniker wieder instand gesetzt (die Reparaturzeit ist konstant). Die Lackarbeiten in der Maschine werden nach einer Reparatur fortgesetzt, wo sie unterbrochen wurden.

Die fertig lackierten Tischplatten kommen anschließend in einen weiteren Puffer, bevor sie mit den Tischbeinen montiert werden.

Die Tischbeine erreichen die Produktionslinie separat und einzeln. Sie werden bei Ankunft geprüft, wobei sie mit einer Wahrscheinlichkeit  $p$  aufgrund von Materialfehlern aussortiert und verworfen werden. Ansonsten werden die Tischbeine für die Montage in einem Puffer gelagert.

Für die Montage eines Tisches, die eine zufällig verteilte Zeit dauert, werden genau eine Tischplatte und vier Tischbeine benötigt. Nach erfolgter Montage verlassen die Tische einzeln die Produktionslinie.

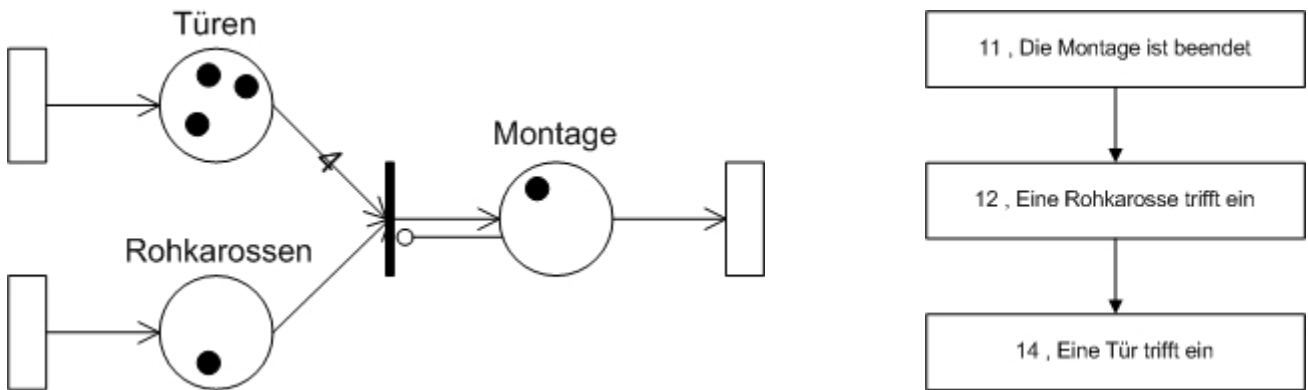
Zeichnen Sie ein Petri-Netz-Modell dieses Systems! Gehen Sie dabei von folgendem Startzustand aus: Die Lackiermaschine ist gerade in Reparatur, es warten drei Tischbeine und eine Tischplatte in ihren jeweiligen Puffern, alle anderen Puffer sind leer. Kennzeichnen Sie Transitionen, welche die Race Age-Eigenschaft haben. Welche Transitionen sind im derzeitigen Zustand aktiviert?

**Aufgabe 6: Ablauf einer diskreten Simulation (10 Punkte). Bei der Automobilmontage**

In der Montage einer Automobilfabrik werden Türen und Rohkarossen zu einer kompletten Karosse zusammengesetzt. Türen und Rohkarossen treffen getrennt voneinander in zufällig verteilten Intervallen ein.

Eine Karosse besteht aus einer Rohkarosse und vier Türen. Nur wenn die erforderlichen Materialien vorhanden sind, wird mit der Montage begonnen. Diese hat wiederum eine zufällig verteilte Dauer. Es kann zu einem Zeitpunkt immer nur eine Karosse hergestellt werden.

Das System wird durch das folgende Petri-Netz dargestellt. Zum Zeitpunkt 10 sind drei Türen vorhanden und eine Rohkarosse, und es wird gerade eine Karosse montiert. Die *Future-Event-List* (FEL) im System sieht wie folgt aus.



Die nächsten drei Bearbeitungsdauern für die Montage sind: 6, 7 und 8.

Die nächsten drei Zwischenankunftsintervalle für Türen sind: 3, 2 und 4.

Die nächsten drei Zwischenankunftsintervalle für Rohkarossen sind: 6, 3 und 5.

*a) Zustandsvariablen*

Was sind die Zustandsvariablen dieses Systems?

*b) Simulationsablauf*

Skizzieren Sie den Ablauf des Simulationsprogramms von Zeitpunkt 10 bis Zeitpunkt 15. Geben Sie dabei die Veränderungen des Systemzustandes an, und welche Ereignisse primär und sekundär sind.

*c) Future Event List*

Wie sieht die FEL zum Zeitpunkt 15 aus?

**Aufgabe 7: Warteschlangenstrategien (10 Punkte). Im Computer**

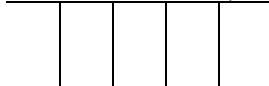
Die folgenden Aufträge (*jobs*) seien in einer Warteschlange eingetroffen (Der Wert 1 bedeutet höhere Priorität):

Auftragsname:	A	B	C	D
Ankunftszeitpunkt:	1	3	5	6
Priorität:	2	1	2	1
Bearbeitungsdauer:	7	6	5	3

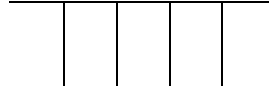
a) *Strategien*

Tragen sie die Auftragsnamen geordnet nach den angegebenen Strategien (*queueing strategies / scheduling policies*) in die Warteschlange ein, zunächst ohne das Verlassen der Warteschlange wegen Bearbeitung zu beachten:

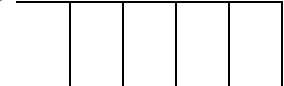
(1) First In, First Out (FIFO)



(2) Zuerst Priorität, dann FIFO



(3) Shortest Job First



b) *Wartezeiten*

Welches Problem kann bei der Strategie „Shortest Job First“ auftreten? Erläutern sie kurz warum!

c) *Die CPU*

Die vier Jobs werden nun durch die CPU nach der Strategie „Round Robin“ abgearbeitet. Jeder Job erhält einen Timeslot von drei Zeiteinheiten. Welcher Job ist zuerst komplett bearbeitet und welcher zum Schluss? Welche Vor- und Nachteile von „Round Robin“ erkennen sie an diesem Beispiel?



**Aufgabe 8: Output-Analyse (10 Punkte).** Im Automobilrohbau

Wir betrachten zwei unterschiedliche Konfigurationen einer automatisierten Schweißanlage:  
Anlage I besteht aus einem sehr schnellen Schweißroboter, während in Anlage II nur zwei langsamere Schweißroboter zum Einsatz kommen. Sie sollen herausfinden, welche Konfiguration besser ist, anhand der ihnen bekannten Vergleichsmethode für ähnliche Systeme.  
Beide Anlagen werden mit jeweils 10 Läufen simuliert, wobei alle 20 Läufe voneinander stochastisch unabhängig sind. Man erhält die folgende Anzahl bearbeiteter Teile nach einer Stunde störungsfreier Produktionszeit:

Lauf Nr.	Anlage I	Anlage II					
1	2	2					
2	1	5					
3	1	4					
4	4	3					
5	2	1					
6	2	3					
7	2	5					
8	3	5					
9	6	1					
10	2	6					

*a) Vergleich*

Welche Anlage ist besser? (Tipps: Benutzen Sie die leeren Felder für Ihre Berechnungen! Grobe Schätzungen bei Wurzelrechnungen sind ausreichend.)

*b) Interpretation*

Was können Sie zur Aussagekraft dieses Ergebnisses sagen?

*c) Verbesserungsmöglichkeiten*

Nennen Sie zwei Möglichkeiten, um dieses Ergebnis zu verbessern. Erklären Sie Ihre Lösungsvorschläge!

**Aufgabe 9: Verschiedenes (10 Punkte).**

a) Gegeben sei das Anfangswertproblem (*initial value problem*)  $y' = y + 3t$ ,  $y(0) = 5$ . Dieses soll mit dem Euler-Verfahren mit einer Zeitschrittweite von 1 gelöst werden. Welchen Wert erhält man zum Zeitpunkt  $t = 3$ ?

b) Wir wollen (Pseudo-)Zufallszahlen erzeugen, die  $N(170,10)$  verteilt sind. Dazu soll die lineare Kongruenzmethode (*Linear Congruential Method*) verwendet werden. Was sind die ersten vier Werte (ungefähr!), die man erhält, wenn man die Parameter  $a = 3$ ,  $c = 7$ ,  $m = 100$  und den *Seed* (Saat/Samen)  $x_0 = 11$  verwendet?

c) Wir betrachten ein Großraumbüro. Geben Sie jeweils ein Beispiel an für

- ein Ereignis (*event*)
- eine Aktivität (*activity*)
- eine Verzögerung (*delay*)
- eine Entität (*entity*)
- ein Attribut (*attribute*)

d) Was wird aus dem globalen Fehler (*global error*) des Euler-Verfahrens, wenn man die Schrittweite verdoppelt?

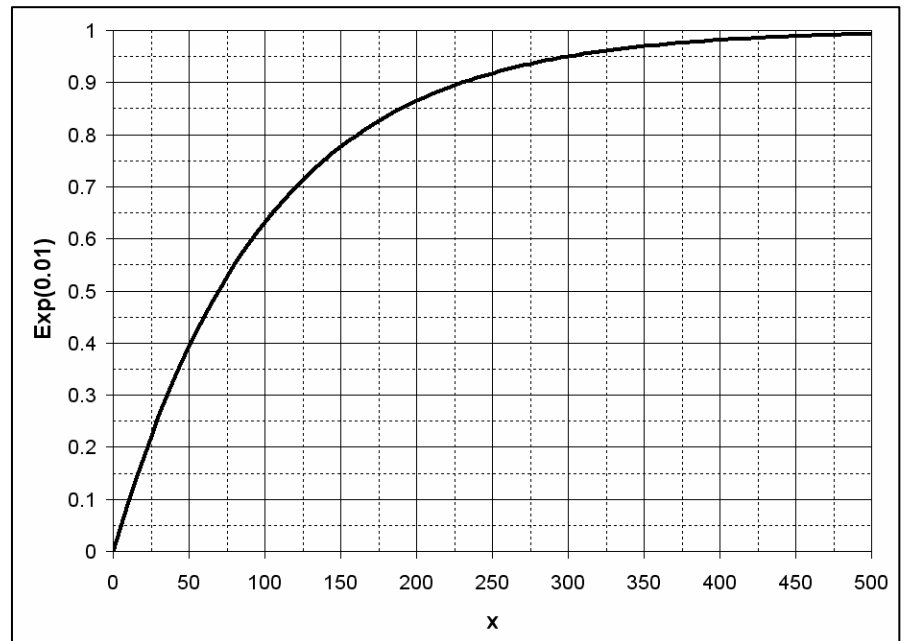
e) In einer Bankfiliale kommt ungefähr alle drei Minuten ein Kunde an und die Warteschlange umfasst im Mittel sechs Personen. Wie lange muss ein Kunde im Mittel voraussichtlich in der Schlange warten?





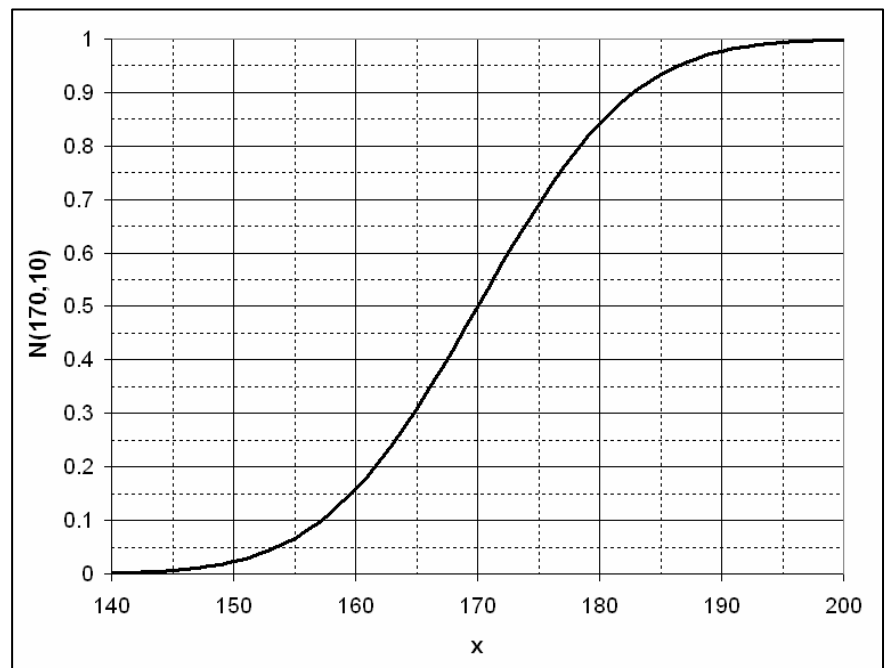
## Anhang

Graph der  $\text{Exp}(\lambda=0,01)$  Verteilung



Der Wert der Student  $t$ -Verteilung für  $\alpha = 0.05$  und 9 Freiheitsgrade beträgt 2.26

Graph der  $N(170, 10)$  Verteilung



Einige Werte der  $\chi^2$ -Verteilung:

		Anz. Freiheitsgrade				
		8	9	10	11	12
$\alpha$	0.05	15.51	16.92	18.31	19.68	21.03
	0.1	13.36	14.68	15.99	17.28	18.55