Otto-von-Guericke-Universität Magdeburg
Fakultät für Informatik
Prof. Dr. Jürgen Dassow

Magdeburg, 9. Februar 2006

Logik

Prüfungsklausur – Aufgaben

Aufgabe 1 [10 Punkte]
Geben Sie die Definition folgender Begriffe der Aussagenlogik an.
a) aussagenlogischer Ausdruck,
b) Belegung,
c) semantische Äquivalenz von aussagenlogischen Ausdrücken A_1 und A_2,
d) Resolvente von zwei Klauseln K_1 und K_2,
e) $res(K)$ für eine Menge von Klauseln K.

Aufgabe 2 [2 Punkte]
Sind die folgenden aussagenlogischen Ausdrücke in konjunktiver Normalform? Sind sie in disjunktiver Normalform? Nur Antworten nennen, ohne Begründungen.
a) $(p \land q)$
b) $\big((p \land q) \lor \neg q\big)$
c) $\big((p \lor q) \land \neg(p \land q)\big)$
d) $\big((p \lor q) \land (\neg p \lor \neg q)\big)$

Aufgabe 3 [4 Punkte]
Bestimmen Sie nachvollziehbar die Werte der folgenden aussagenlogischen Ausdrücke für die Belegungen α mit $\alpha(p) = 1,\ \alpha(q) = 1,\ \alpha(r) = 0$ und β mit $\beta(p) = 1,\ \beta(q) = 0,\ \beta(r) = 0$.
a) $\big(p \leftrightarrow (q \land \neg r)\big)$
b) $\big((p \lor q) \leftrightarrow r\big)$

Aufgabe 4 [5 Punkte]
Bestimmen Sie je einen semantisch äquivalenten Ausdruck in konjunktiver Normalform und einen in disjunktiver Normalform zum Ausdruck

$$\Big(\big((p_3 \lor p_1) \land (p_2 \to p_1)\big) \land (p_3 \leftrightarrow p_2)\Big).$$

Aufgabe 5 [3 Punkte]
Eine Alternative $B = (B_1 \lor B_2 \lor \ldots \lor B_n)$ heißt positiv, wenn alle B_i, $1 \le i \le n$, Variable sind. Beweisen Sie, dass ein aussagenlogischer Ausdruck $A = (A_1 \land A_2 \land \ldots \land A_m)$ in konjunktiver Normalform, in dem keine der Alternativen A_i, $1 \le i \le m$, positiv ist, erfüllbar ist.

Aufgabe 6 [6 Punkte]
Bestimmen Sie jeweils $res^*(K)$ für
a) $K = \big\{\{\neg p\}, \{p, r\}, \{p, \neg q\}, \{q\}\big\}$
b) $K = \big\{\{q, r\}, \{p, \neg q\}, \{\neg r\}\big\}$
Was können Sie den Resultaten entnehmen?

Aufgabe 7 [4 Punkte]
a) Geben Sie die Definition von Horn-Ausdrücken an.
b) Worin besteht die Bedeutung von Horn-Ausdrücken?
c) Worin bestehen die Nachteile von Horn-Ausdrücken?

Aufgabe 8 [6 Punkte]
Man überprüfe folgende Ausdrücke mittels Algorithmus für Hornausdrücke auf Erfüllbarkeit und gebe gegebenfalls eine erfüllende Belegung an.
a) $\big((\neg q \vee \neg p) \wedge (\neg r \vee p) \wedge \neg q \wedge \neg r\big)$
b) $\big((\neg q \vee p) \wedge (\neg r \vee p\big) \wedge q \wedge r)$
c) $\big((\neg q \vee \neg p) \wedge (\neg r \vee p) \wedge q \wedge r\big)$

Aufgabe 9 [3 Punkte]
Man zeige, dass folgende Aussage $nicht$ für alle aussagenlogische Ausdrücke F und G gilt:
Falls $(F \rightarrow G)$ erfüllbar ist und F erfüllbar ist, so ist G erfüllbar.

Aufgabe 10 [4 Punkte]
Gegeben sei die Signatur S durch $K = \{a\}$, $F_3 = \{f\}$, $R_2 = \{r\}$ und $F_i = R_i = \emptyset$ sonst.
a) Man gebe vier Terme über der Signatur S und der Varaiblenmenge $var = \{x\}$ an.
b) Man gebe alle prädikatenlogischen Ausdrücke über der Signatur S und der Variablenmenge $var = \{x\}$ an, deren Länge höchstens 8 ist.

Aufgabe 11 [3 Punkte]
Gegeben sei die Signatur S durch $K = \{a\}$, $F_2 = \{f\}$, $R_2 = \{r\}$ und $F_i = R_i = \emptyset$ sonst sowie eine Interpretation $I = (U, \tau)$ mit $U = \mathbb{N}$, $\tau(a) = 2$, $\tau(f) = F: \mathbb{N}^2 \rightarrow \mathbb{N}$ vermöge $F(n,m) = n + m$, $\tau(r) = \{(n,m) | m = n + 2\}$. Bestimmen Sie nachvollziehbar den Wert $w_\alpha^I(A)$ für den folgenden Ausdruck A bei der Belegung α mit $\alpha(x) = 3$.
$A = \exists x\, r(a, x)$