Otto-von-Guericke-Universität Magdeburg
Fakultät für Informatik
Prof. Dr. Jürgen Dassow

Magdeburg, 16. Juli 2009

Logik

Prüfungsklausur – Aufgaben

Aufgabe 1 [4 Punkte]
Geben Sie die Definition des Begriffs „aussagenlogischer Ausdruck“ an.

Aufgabe 2 [3 Punkte]
Man untersuche ob der Ausdruck

$$A = \Big(\neg\big((p_1 \vee p_2) \to p_3\big) \vee (p_1 \to p_2)\Big)$$

eine Tautologie ist oder nicht.

Aufgabe 3 [4 Punkte]
Geben Sie jeweils an, ob die folgenden aussagenlogischen Ausdrücke in konjunktiver Normalform sind oder nicht, und ob sie in disjunkter Normalform sind oder nicht.

$$A_1 = \big((p \vee \neg q) \wedge (r \vee s \vee \neg t) \wedge t\big)$$
$$A_2 = \big((p \vee \neg q) \wedge \neg(q \vee \neg p)\big)$$
$$A_3 = (p \vee \neg q)$$
$$A_4 = \Big(\big((p \vee q) \wedge (r \vee t)\big) \vee p\Big)$$

Aufgabe 4 [6 Punkte]
Bestimmen Sie $res^*(K_1)$ und $res^*(K_2)$ für

$$K_1 = \big\{\{p, \neg r\}, \{\neg q\}, \{q, r\}\big\}$$
$$K_2 = \big\{\{\neg p\}, \{p, \neg q\}, \{q\}, \{p, r\}\big\}$$

Was können Sie den Resultaten entnehmen?

Aufgabe 5 [8 Punkte]
Geben Sie zu jedem der folgenden Ausdrücke an, ob es sich um einen Hornausdruck handelt oder nicht. Entscheiden Sie gegebenfalls mittels des Algorithmus von Horn, ob der jeweilige Ausdruck erfüllbar ist oder nicht, und geben Sie bei Erfüllbarkeit die ermittelte erfüllende Belegung an.

$$A_1 = \big((\neg p_1 \vee \neg p_2 \vee \neg p_4) \wedge \neg p_3 \wedge (\neg p_4 \vee \neg p_2 \vee p_1) \wedge p_2 \wedge (\neg p_5 \vee p_4) \wedge p_5\big)$$
$$A_2 = \big((p_1 \vee \neg p_2 \vee \neg p_3) \wedge (\neg p_1 \vee p_2 \vee \neg p_3) \wedge (\neg p_1 \vee \neg p_2 \vee p_3) \wedge (\neg p_1 \vee \neg p_2 \vee p_3)\big)$$
$$A_3 = \big((\neg p_1 \vee \neg p_2 \vee p_3) \wedge (\neg p_1 \vee p_2) \wedge p_1\big)$$

Aufgabe 6 [4 Punkte]
Geben Sie die Definition des Begriffs des prädikatenlogischen Terms an.

Aufgabe 7 [4 Punkte]
Beschreiben Sie formal auf zwei verschieden Möglichkeiten den algebraischen Term $3^x + 4^v$, geben Sie jeweils Signatur und Interpretation an.

Aufgabe 8 [8 Punkte]
Legen Sie jeweils fest ob f, g, h, u, x, y und z Konstante, Variablen, Funktionssymbol (Stelligkeit?) oder Relationssymbol (Stelligkeit?) sein muss, damit die folgenden Wörter Terme oder prädikatenlogische Ausdrücke sind, oder begründen Sie, dass die Wörter weder Term noch Ausdruck werden können.
a) $z\big(g(x), h(y)\big)$
b) $\forall y \exists x\, u\big(g(x), h(y)\big)$
c) $\exists u\, u\big(g(x), h(y)\big)$
d) $\Big(\exists x\, f\big(g(x)\big) \wedge \forall h\, h(y)\Big)$

Aufgabe 9 [5 Punkte]
Gegeben seien eine Signatur S durch $K = \{k\},\ F_1 = \{f\},\ F_2 = \{h\},\ R_2 = \{r\}$ und $F_i = R_i = \emptyset\ sonst$, eine Interpretation $I = (U, \tau)$ mit

$U = \{1,2,3)^*$,

$\tau(k) = 333,\ \ \tau(f)(x) = 1x,\ \ \tau(h)(x,y) = 2xy$ und $\tau(r) = \{(x,y)|1x = y\}$

sowie eine Belegung α mit $\alpha(x) = 22,\ \alpha(y) = 3$ und $\alpha(z) = 13$.
Geben Sie die Werte der folgenden Terme und Ausdrücke bezüglich I und α an.
a) $f(k)$
b) $h(f(x), y)$
c) $r(f(x), y)$
d) $\exists z\, r(f(k), z)$
e) $\forall z\, r(z, y)$

Aufgabe 10 [8 Punkte]
Man Überführe den folgenden Ausdruck über eine pränexe Normalform in eine bereinigte Skolemform:

$$\Big(\forall u \exists y \big(r_1(x, g(y), u) \vee \neg\forall x\, r_2(x)\big) \wedge \neg\forall z \exists x \neg r_3(f(x,z), z)\Big)$$

Aufgabe 11 [6 Punkte]
Berechnen Sie mit der Antwortprädikatmethode der prädikatenlogischen Resolution $3 + 2$.
Verwenden Sie dabei folgende Klauseln:

$K_1 = \{add(x, 0, x)\}$ und $K_2 = \big\{\neg add(x,y,z), add\big(x, s(y), s(z)\big)\big\}$

Aufgabe 12 [4 Punkte]
Geben Sie die Definition der Werte $w_x^M(Fu)$ und $w_x^M(Gu)$ der temporalen Logik an, wobei $w_x^M(u)$ bekannt sei.

Aufgabe 13 [6 Punkte]
Bestimmen Sie für di Zeitlinie (M, x) die Werte der Ausdrücke

$(Fp_1 \leftrightarrow Gp_2)$ und $\big((p_2\, U\, p_1) \vee Fp_1\big)$

Dabei sei $M = (S, L)$ mit $S = \{s_1, s_2, s_3\}$ und $L(s_1) = \{p_1\},\ L(s_2) = \{p_1, p_2\},\ L(s_3) = \{p_2\}$ sowie für $i \geq 0$

$$x(i) = \begin{cases} s_1, & falls\ i = 0 \\ s_2, & falls\ i = 1 \\ s_3, & falls\ i \geq 2 \end{cases}$$