Fakultät für Mathematik
Institut für Algebra und Geometrie
Jun.-Prof. Dr. G. Averkov, Dr. M. Höding

Modulprüfung Mathematik II (MP MAII)
oder zum
unbenoteten Leistungsnachweis (LN MAII)

Fachrichtung: Computer Science in Engineering,
Computervisualistik, Informatik, Wirtschaftsinformatik
SS 2013
15.07.2013

Name	Vorname	Fachrichtung	Matr.nummer	MP MAII/LN MAII

Anzahl der abgegebenen Blätter	

Punktebewertung der Klausur

Aufgabe	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
max. Punkte	6	6	11	8	8	11
Punkte						

Gesamtpunktzahl der Klausur =	Note

Bitte beachten Sie folgende Hinweise!

- Schreiben Sie auf jedes Blatt Ihren Namen und Ihre Matrikelnummer.
- Beginnen Sie jede Aufgabe mit einem neuen Blatt und nummerieren Sie Ihre Blätter.
- Bitte die Anzahl der abgegebenen Blätter auf dem Deckblatt eintragen.
- Alle Aussagen müssen sorgfältig begründet werden.

Viel Erfolg!

1. Gegeben sei die Funktion $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ mit

$$f(x) = \begin{cases} t - x^2 & \text{für} \quad -\infty < x \leq 2 \\ \cos(\frac{\pi}{4}x) & \text{für} \quad 2 < x < \infty \end{cases} \quad \text{und dem Parameter } t \in \mathbb{R}.$$

   (a) Bestimmen Sie den linksseitigen Grenzwert $\lim\limits_{x\to 2-} f(x)$ und den rechtsseitigen Grenzwert $\lim\limits_{x\to 2+} f(x)$.

   (b) Bestimmen Sie $t \in \mathbb{R}$, so dass $f(x)$ stetig in $x^* = 2$ ist.

2. Gegeben sei die Funktion $f : \mathbb{R}_{>0}\backslash\{1\} \to \mathbb{R}$ mit $f(x) = x^{\frac{1}{1-x}}$.

   (a) Ermitteln Sie den Grenzwert $\lim\limits_{x\to 1} f(x)$.

   (b) Bestimmen Sie die 1. Ableitung von $f(x)$.

3. Gegeben sei die Funktion $f : D \to \mathbb{R}$ mit $f(x) = \ln\sqrt{1+x}$ und $D = \{x \in \mathbb{R} : x > -1\}$.

   (a) Bestimmen Sie das Taylorpolynom $T_2(x)$ an der Stelle $x^* = 0$.

   (b) Zeigen Sie, dass $T_\infty(x) = \sum\limits_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^{k-1}}{2k} x^k$ die Taylorreihe der Funktion f an der Stelle $x^* = 0$ ist.

   (c) Untersuchen Sie die Reihe $T_\infty(\frac{1}{2})$ auf Konvergenz.

4. Gegeben seien die Funktionen $f_1 : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ mit $f_1(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2+2}}$ und $f_2 : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ mit $f_2(x) = \ln(x + \sqrt{x^2+2})$.

   (a) Ermitteln Sie den Grenzwert $\lim\limits_{x\to\infty} (3x \cdot f_1(x))$.

   (b) Zeigen Sie, dass $\int f_1(x)\,dx = f_2(x) + c$ mit $c \in \mathbb{R}$ gilt.
   Hinweis: Eine geeignete Substitution wäre $x + \sqrt{x^2+2} = t$.

5. Gegeben sei die Funktion $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ mit $f(x) = 2ax\, e^{-x}$ und dem Parameter $a \in \mathbb{R}_{>0}$.

   (a) Ermitteln Sie $\int\limits_0^t f(x)dx$ in Abhängigkeit von $a \in \mathbb{R}_{>0}$ und $t \in \mathbb{R}_{>0}$.
   Hinweis: Partielle Integration könnte hilfreich sein.

   (b) Bestimmen Sie $a \in \mathbb{R}_{>0}$ so, dass $\int\limits_0^\infty f(x)dx = 1$ gilt.

6. Gegeben sei die Funktion $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ mit $f(x, y) = e^x(x + y^2)$.

   (a) Berechnen Sie den Gradienten von f.

   (b) Zeigen Sie, dass der Gradient von f nur im Punkt $(-1, 0)$ verschwindet.

   (c) Bestimmen Sie die lokalen Extremalstellen von f.

Fakultät für Mathematik
Institut für Algebra und Geometrie
Jun.-Prof. Dr. G. Averkov, Dr. M. Höding

Modulprüfung Mathematik II (MP MAII)

oder zum

unbenoteten Leistungsnachweis (LN MAII)

Fachrichtung: Computer Science in Engineering,
Computervisualistik, Informatik, Wirtschaftsinformatik
SS 2013
15.07.2013

Name	Vorname	Fachrichtung	Matr.nummer	MP MAII/LN MAII

Anzahl der abgegebenen Blätter	

Punktebewertung der Klausur

Aufgabe	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
max. Punkte	6	6	11	8	8	11
Punkte						

Gesamtpunktzahl der Klausur =	Note

Bitte beachten Sie folgende Hinweise!

- Schreiben Sie auf jedes Blatt Ihren Namen und Ihre Matrikelnummer.
- Beginnen Sie jede Aufgabe mit einem neuen Blatt und nummerieren Sie Ihre Blätter.
- Bitte die Anzahl der abgegebenen Blätter auf dem Deckblatt eintragen.
- Alle Aussagen müssen sorgfältig begründet werden.

Viel Erfolg!