Fakultät für Mathematik
Institut für Algebra und Geometrie
Prof. Dr. A. Pott, Dr. M. Höding

Modulprüfung Mathematik II

Fachrichtung: Computer Science in Engineering,
Computervisualistik, Informatik, Wirtschaftsinformatik
SoSe 2015
15.07.2015

Name	Vorname	Fachrichtung	Matr.nummer

Anzahl der abgegebenen Blätter	

Punktebewertung der Klausur

Aufgabe	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**
max. Punkte	**10**	**10**	**10**	**10**	**10**
Punkte					

Unbenotete Leistung: **Ja / Nein** (Nichtzutreffendes streichen!)

Gesamtpunktzahl = 50	**Zusatzpunkte**	**Note**

Bitte beachten Sie folgende Hinweise!

- Schreiben Sie auf jedes Blatt Ihren Namen und Ihre Matrikelnummer.
- Beginnen Sie jede Aufgabe mit einem neuen Blatt und nummerieren Sie Ihre Blätter.
- Bitte die Anzahl der abgegebenen Blätter auf dem Deckblatt eintragen.
- Alle Aussagen müssen sorgfältig begründet werden.
- Erlaubte Hilfsmittel: **Ein A4-Blatt Formelsammlung**

Viel Erfolg!

1. Gegeben sei die Funktion $f : D \subseteq \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ mit $f(x) = \frac{\ln(x^2-3)}{4(x-2)}$.
   (a) Bestimmen Sie den maximalen Definitionsbereich D von f.
   (b) Ermitteln Sie die Nullstellen von $f(x)$.
   (c) Berechnen Sie die Grenzwerte $\lim\limits_{x\to\infty} f(x)$ und $\lim\limits_{x\to 2} f(x)$.

2. Gegeben sei die Funktion $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ mit

$$f(x) = \begin{cases} 2x\, e^{2x-1} & \text{für} \quad x \leq \frac{1}{2} \\ \frac{8x^2-1}{2x} & \text{für} \quad x > \frac{1}{2} \end{cases}$$

   (a) Untersuchen Sie die Funktion f an der Stelle $x^* = \frac{1}{2}$ auf Stetigkeit.
   (b) Bestimmen Sie die $x \in \mathbb{R}$, für die die Funktion f differenzierbar ist und bestimmen Sie für diese x–Werte die 1. Ableitung $f'(x)$.

3. Gegeben sei die Potenzreihe $P_\infty(x) = \sum\limits_{k=0}^{\infty} 2^k x^k$.
   (a) Bestimmen Sie den Konvergenzradius der Potenzreihe $P_\infty(x)$.
   (b) Zeigen Sie, dass $P_2(x) = \sum\limits_{k=0}^{2} 2^k x^k$ das Taylorpolynom $T_2(x)$ der Funktion $f : \mathbb{R}\backslash\{\frac{1}{2}\} \to \mathbb{R}$ mit $f(x) = \frac{1}{1-2x}$ zum Entwicklungspunkt $x_0 = 0$ ist.
   (c) Ermitteln Sie einen Näherungswert für $f(\frac{1}{10})$ mithilfe des Taylorpolynoms $T_2(x) = P_2(x)$.

Bitte wenden!

4. Gegeben sei die Funktion $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ mit $f(x,y) = x^2y - xy^2 - 3xy$.

   (a) Bestimmen Sie die ersten partiellen Ableitungen von f.

   (b) Zeigen Sie, dass der Gradient im Punkt $(1,-1)$ gleich dem Nullvektor ist.

   (c) Ermitteln Sie die Hesse-Matrix im Punkt $(1,-1)$.

   (d) Zeigen Sie, dass im Punkt $(1,-1)$ ein lokales Maximum vorliegt.

5. Gegeben sei die Funktion $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ mit $f(x,y) = x^2 + y$.

   (a) Bestimmen Sie $\int\limits_2^\infty 2f(\frac{1}{t},0)\,dt = \int\limits_2^\infty 2 \cdot \frac{1}{t^2}\,dt$.

   (b) Berechnen Sie das Integral $\int\limits_D f(\mathbf{x})\,d\mathbf{x}$ über dem Normalbereich $D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \le x \le 1, 0 \le y \le 2-x\}$.