

Modulprüfung Mathematik II (Wiederholung)

Fachrichtung: Computer Science in Engineering,
Computervisualistik, Informatik, Wirtschaftsinformatik
SS 2011
23.09.2011

Name	Vorname	Fachrichtung	Matr.nummer

	Modulprüfung	Leistungsnachweis
Bitte ankreuzen!		

Anzahl der abgegebenen Blätter	
--------------------------------	--

Punktebewertung der Klausur

Aufgabe	1	2	3	4	5	6
max. Punkte	9	8	8	9	8	8
Punkte						

Gesamtpunktzahl der Klausur	Note

Bitte beachten Sie folgende Hinweise!

- Schreiben Sie auf jedes Blatt Ihren Namen und Ihre Matrikelnummer.
- Beginnen Sie jede Aufgabe mit einem neuen Blatt und nummerieren Sie Ihre Blätter.
- Bitte die Anzahl der abgegebenen Blätter auf dem Deckblatt eintragen.
- Alle Aussagen müssen sorgfältig begründet werden.

Viel Erfolg!

1. Sei $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -2 & a \end{pmatrix} \in (\mathbb{R}_2)$ mit $a \in \mathbb{R}, a \neq 0$.
 - (a) Bestimmen Sie die Eigenwerte von A .
 - (b) Sei $a = 4$. Finden Sie eine Matrix $C \in GL(2, \mathbb{R})$ und eine Diagonalmatrix $D \in GL(2, \mathbb{R})$, so dass $C^{-1}AC = D$ gilt.
 - (c) Bestimmen Sie ein a so, dass A nicht diagonalisierbar ist. Begründen Sie Ihre Aussage!
2. Gegeben seien die Vektoren $p_1(x) = 4x$ und $p_2(x) = x^2 + 3x$ des $\mathbb{R}$ -Vektorraumes der reellen Polynome vom Grad ≤ 2 versehen mit dem Skalarprodukt $(p, q) = \int_0^1 p(x)q(x)dx$ für alle $p, q \in \mathbb{R}[x]$.
 - (a) Bestimmen Sie die Skalarprodukte (p_1, p_1) und (p_1, p_2) .
 - (b) Orthogonalisieren Sie die Vektoren $p_1(x)$ und $p_2(x)$ nach Schmidt.
3. Gegeben seien die Funktionen $f_1 : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ mit $f_1(x) = x + \sin x$ und $f_2 : \mathbb{R} \setminus \{0\} \rightarrow \mathbb{R}$ mit $f_2(x) = \frac{1}{x}$.
 - (a) Bestimmen Sie den Grenzwert $\lim_{x \rightarrow 0} f_1(x)f_2(x)$.
 - (b) Ermitteln Sie den Konvergenzradius der Reihe $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(f_2(x))^n}$.
4. Gegeben sei die Funktion $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ mit $f(x) = x - \sqrt{x}$.
 - (a) Untersuchen Sie die Funktion f an der Stelle $x = 0$ auf Differenzierbarkeit.
 - (b) Ermitteln Sie die Nullstellen von f .
 - (c) Bestimmen Sie die lokalen Extremwerte von f .
5. Gegeben sei die Funktion $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ mit $f(x) = e^{\frac{x-4}{2}}$.
 - (a) Bestimmen Sie das Taylorpolynom vom Grad 2 an der Stelle $a = 4$.
 - (b) Geben Sie das Restglied an.
6. Gegeben seien die Funktionen $f_1 : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ mit $f_1(x) = \sin x e^{\cos x}$ und $f_2 : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ mit $f_2(x) = xe^{-x}$.
 - (a) Bestimmen Sie eine Stammfunktion von $f_1(x)$. (Hinweis: Benutzen Sie die Substitution $t = \cos x$.)
 - (b) Berechnen Sie das Integral $\int_{-1}^0 f_2(x)dx$ mithilfe der partiellen Integration.
 - (c) Ermitteln Sie im Falle seiner Existenz den Wert des uneigentlichen Integrals $\int_0^{\infty} f_2(x)dx$.