

Fakultät für Mathematik
 Institut für Algebra und Geometrie
 Prof. Dr. W. Meidl, Dr. M. Höding

Modulprüfung Mathematik III (MP MA III)
 oder
unbenoteter Leistungsnachweis Mathematik III (LN MA III)

Fachrichtung: Computer Science in Engineering,
 Computervisualistik, Informatik, Wirtschaftsinformatik
 WS 2011/2012
 01.02.2012

Name	Vorname	Fachrichtg.	Matr.nr.	MP MAI/LN MAI

Anzahl der abgegebenen Blätter	
--------------------------------	--

Punktebewertung der Klausur

Aufgabe	1	2	3	4	5	6
max. Punkte	9	7	9	7	9	9
Punkte						

Gesamtpunktzahl der Klausur = 50	Note

Bitte beachten Sie folgende Hinweise!

- Schreiben Sie auf jedes Blatt Ihren Namen und Ihre Matrikelnummer.
- Beginnen Sie jede Aufgabe mit einem neuen Blatt und nummerieren Sie Ihre Blätter.
- Bitte die Anzahl der abgegebenen Blätter auf dem Deckblatt eintragen.
- Alle Aussagen müssen sorgfältig begründet werden.

Viel Erfolg!

1. Gegeben seien die Funktionen $f_1 : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ mit $f_1(x, y) = 2y(1 - x)$ und $f_2 : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ mit $f_2(x, y) = 3x^2 + y^2 - 10x$.

(a) Bestimmen Sie die lokalen Extremwerte der Funktion $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ mit $f(x, y) = f_1(x, y) + f_2(x, y) = 2y(1 - x) + 3x^2 + y^2 - 10x$.

(b) Berechnen Sie das Integral $\int_D f_1(x, y) dy dx$ auf dem Dreieck $D \subset \mathbb{R}^2$ mit den Eckpunkten $(0, 0)$, $(0, 1)$ und $(1, 0)$.

2. Drei Unternehmen produzieren ein Computerbauteil unterschiedlicher Güte, das in einen Computer eingebaut wird. Das Unternehmen U_1 liefert 20% der in den Computer eingebauten Teile. Die Unternehmen U_2 und U_3 haben jeweils einen Anteil von 40%. Die Ausschussquote des vom Unternehmen U_1 gelieferten Computerbauteils beträgt 5%, der Ausschuss des Bauteiles von U_2 beträgt 3% und 2% der von U_3 gelieferten Bauteile sind Ausschuss.

(a) Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist ein eingebautes Computerbauteil Ausschuss.

(b) Die Prüfung eines Computers ergab, dass das eingebaute Computerbauteil normgerecht arbeitet, also kein Ausschuss ist. Mit welcher Wahrscheinlichkeit wurde es vom Unternehmen U_2 hergestellt.

3. Der zufällige Messfehler X bei einer Überprüfung eines Messgerätes unterliege einer Normalverteilung mit $\mu = 2$ und $\sigma = 3$.

(a) Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist

$$X \leq 2,12 \text{ und}$$

$$X \geq 2,39 \text{ sowie}$$

$$1,7 \leq X \leq 2,93?$$

(b) Bestimmen Sie $a \in \mathbb{R}$ so, dass $P(X \geq a) = 0,1$ gilt.

4. Die Funktion

$$f(x) = \frac{6}{x-2}$$

ist für $2 < x < \infty$ durch ein Interpolationspolynom 2. Grades bei Verwendung der Stützstellen $(3, f(3))$, $(4, f(4))$ und $(5, f(5))$ zu approximieren.

(a) Bestimmen Sie das Interpolationspolynom $P_2(x)$ mit einem Verfahren Ihrer Wahl.

(b) Benutzen Sie $P_2(x)$, um $f(x)$ an der Stelle $x = 3,5$ näherungsweise zu berechnen und geben Sie den absoluten und relativen Fehler an.

5. Gegeben ist folgendes Gleichungssystem $Ax = b$:

$$\begin{aligned} x_1 + 2x_2 - 2x_3 &= 0 \\ 2x_1 + 5x_2 - x_3 &= 7 \\ -2x_1 + x_2 + 9x_3 &= 15. \end{aligned}$$

- (a) Führen Sie eine LU-Zerlegung der Matrix A durch.
 (b) Lösen Sie das Gleichungssystem mithilfe der LU-Zerlegung.

6. Gegeben seien folgende Differentialgleichungen

$$\text{DGL 1: } 2y'\sqrt{x} = y \quad \text{und} \quad \text{DGL 2: } y'' + 4y' = 0.$$

- (a) Lösen Sie das Anfangswertproblem DGL 1 mit $y(4) = 1$.
 (b) Lösen Sie die Differentialgleichung DGL 2.

Die Normalverteilung mit Erwartungswert 0 und Varianz 1

x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$
0,00	0,500000	0,75	0,773373	1,50	0,933193	2,25	0,987776
0,05	0,519939	0,80	0,788145	1,55	0,939429	2,30	0,989276
0,10	0,539828	0,85	0,802338	1,60	0,945201	2,35	0,990613
0,15	0,559618	0,90	0,815940	1,65	0,950528	2,40	0,991802
0,20	0,579260	0,95	0,828944	1,70	0,955434	2,45	0,992857
0,25	0,598706	1,00	0,841345	1,75	0,959941	2,50	0,993790
0,30	0,617911	1,05	0,853141	1,80	0,964070	2,55	0,994614
0,35	0,636831	1,10	0,864334	1,85	0,967843	2,60	0,995339
0,40	0,655422	1,15	0,874928	1,90	0,971283	2,65	0,995975
0,45	0,673645	1,20	0,884930	1,95	0,974412	2,70	0,996533
0,50	0,691463	1,25	0,894350	2,00	0,977250	2,75	0,997020
0,55	0,708840	1,30	0,903200	2,05	0,979818	2,80	0,997445
0,60	0,725747	1,35	0,911492	2,10	0,982136	2,85	0,997814
0,65	0,742154	1,40	0,919243	2,15	0,984222	2,90	0,998134
0,70	0,758036	1,45	0,926471	2,20	0,986097	2,95	0,998411
						3,00	0,998650