Fakultät für Mathematik
Institut für Algebra und Geometrie
Jun.-Prof. Dr. G. Averkov, Dr. M. Höding

Modulprüfung Mathematik III (MP MAIII)
oder zum
unbenoteten Leistungsnachweis (LN MAIII)

Fachrichtung: Computer Science in Engineering,
Computervisualistik, Informatik, Wirtschaftsinformatik
WS 2013-2014
05.02.2014

Name	Vorname	Fachrichtung	Matr.nummer	MP MAII/LN MAII

Anzahl der abgegebenen Blätter	

Punktebewertung der Klausur

Aufgabe	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
max. Punkte	8	9	8	9	8	8
Punkte						

Gesamtpunktzahl der Klausur =	Note

Bitte beachten Sie folgende Hinweise!

- Schreiben Sie auf jedes Blatt Ihren Namen und Ihre Matrikelnummer.
- Beginnen Sie jede Aufgabe mit einem neuen Blatt und nummerieren Sie Ihre Blätter.
- Bitte die Anzahl der abgegebenen Blätter auf dem Deckblatt eintragen.
- Alle Aussagen müssen sorgfältig begründet werden.

Viel Erfolg!

1. In einem Rechenzentrum stehen 2 Server unterschiedlicher Bauart. Die Wahrscheinlichkeit, dass bau- oder betriebstechnische Probleme im ersten Betriebsjahr auftreten, beträgt für den 1. Server 0,2 und für den 2. Server 0,3. Als Zufallsgröße X kann die Anzahl der Server betrachtet werden, die im ersten Betriebsjahr ohne Probleme arbeiten.

   (a) Bestimmen Sie die Einzelwahrscheinlichkeiten $P(X = k)$ mit $k = 0, 1, 2$.

   (b) Bestimmen Sie die Verteilungsfunktion und deren Graphen.

   (c) Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass mindestens ein Server im 1. Betriebsjahr ohne Probleme arbeitet.

2. Die Funktionsdauer (in Zeiteinheiten) einer Baugruppe eines Computers kann als stetige Zufallsgröße T aufgefasst werden, die folgende Dichtefunktion mit dem Parameter $a \in \mathbb{R}$ besitzt:

$$f_T(x) = \begin{cases} 0 & \text{für} \quad x < 0 \\ a(x+1)e^{-x} & \text{für} \quad x \geq 0 \end{cases}$$

   (a) Bestimmen Sie den Parameter $a \in \mathbb{R}$, so dass f_T Dichtefunktion von T ist. (Hinweis: Partielle Integration könnte bei einem Teilintegral hilfreich sein.)

   (b) Bestimmen Sie die Verteilungsfunktion $F_T(t)$ der Zufallsgröße T.

   (c) Bestimmen Sie $P(T \geq \ln 2)$, wobei $\ln 2 \approx 0{,}7$ gilt.

3. Gegeben sei die Funktion $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ mit $f(x) = \frac{1}{1+2x}$.

   (a) Bestimmen Sie ein Interpolationspolynom bezüglich der Stützstellen $(0, f(0)), (1, f(1))$ und $(2, f(2))$ mithilfe von Lagrange.

   (b) Geben Sie eine Näherung für $f(0{,}5)$ mithilfe des Interpolationspolynoms an und schätzen Sie den Fehler ab.

4. Gegeben sei das folgende Gleichungssystem $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ mit

$$A = \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & -\frac{1}{6} & \frac{1}{3} \\ 0 & \frac{1}{3} & -\frac{1}{3} \\ -\frac{1}{3} & 0 & \frac{1}{6} \end{bmatrix} \quad \text{und} \quad \mathbf{b} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}.$$

(a) Führen Sie eine LU-Faktorisierung der Matrix A durch.

(b) Bestimmen Sie die Lösung $\mathbf{x}$ des Gleichungssystems mithilfe der LU-Faktorisierung.

5. Gegeben sei folgender Typ einer Differentialgleichung

$$y' + ay = b,$$

wobei a, b reelle positive Konstanten sind.

(a) Lösen Sie die zugehörige homogene Differentialgleichung.

(b) Bestimmen Sie die Lösung der inhomogenen Differentialgleichung durch Variation der Konstanten.

6. Gegeben sei das folgende Anfangswertproblem:

$$\frac{d^2 s}{dt^2} + 3\frac{ds}{dt} - 4s = 0 \quad \text{mit} \quad s(0) = 1 \quad \text{und} \quad \dot{s}(0) = s'(0) = 6.$$

(a) Bestimmen Sie die allgemeine Lösung der Differentialgleichung.

(b) Lösen Sie das Anfangswertproblem.