Fakultät für Mathematik
Institut für Algebra und Geometrie
Prof. Dr. A. Pott, Dr. M. Höding

Modulprüfung Mathematik III

Fachrichtung: Computer Science in Engineering,
Computervisualistik, Informatik, Wirtschaftsinformatik
WiSe 2015/16
04.02.2016

Name	Vorname	Fachrichtung	Matr.nummer

Anzahl der abgegebenen Blätter	

Punktebewertung der Klausur

Aufgabe	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**
max. Punkte	**10**	**10**	**10**	**10**	**10**
Punkte					

Unbenotete Leistung: **Ja / Nein** (Nichtzutreffendes streichen!)

Gesamtpunktzahl = 50	**Zusatzpunkte**	**Note**

Bitte beachten Sie folgende Hinweise!

- Schreiben Sie auf jedes Blatt Ihren Namen und Ihre Matrikelnummer.
- Beginnen Sie jede Aufgabe mit einem neuen Blatt und nummerieren Sie Ihre Blätter.
- Bitte die Anzahl der abgegebenen Blätter auf dem Deckblatt eintragen.
- Alle Aussagen müssen sorgfältig begründet werden.
- Erlaubte Hilfsmittel: **Ein A4-Blatt Formelsammlung**

Viel Erfolg!

1. Die Ausfallwahrscheinlichkeiten bezogen auf ein bestimmtes Zeitintervall betragen für zwei voneinander unabhängig arbeitende Computerarbeitsplätze $0,1$ und $0,3$. Sei X die Zufallsvariable für die Anzahl der in diesem Zeitraum ausfallenden Computerarbeitsplätze. Bestimmen Sie

   (a) die Wahrscheinlichkeitsverteilung und die Verteilungsfunktion von X,

   (b) den Erwartungswert $E(X)$,

   (c) die Wahrscheinlichkeit, dass höchstens ein Computerarbeitsplatz ausfällt.

2. Es sei f eine durch

$$f(x) = \begin{cases} 4a\,x(1-x^2) & \text{für } 0 \le x \le 1 \\ 0 & \text{für } -\infty < x < 0 \text{ und } 1 < x < \infty \end{cases}$$

   gegebene Funktion mit $a \in \mathbb{R}$.

   (a) Bestimmen Sie $a \in \mathbb{R}$ so, dass f die Dichtefunktion einer stetigen Zufallsgröße X ist.

   (b) Ermittlen Sie die Verteilungsfunktion und den Erwartungswert $E(X)$.

   (c) Berechnen Sie $P(X > \frac{1}{2})$.

3. Gegeben sei die Funktion $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ mit $f(x) = \cos\left(\frac{3\pi}{2}x\right)$.

   a) Bestimmen Sie das Interpolationspolynom $P_2(x)$ an den Stützstellen $(0, f(0)), (\frac{2}{3}, f(\frac{2}{3}))$ und $(1, f(1))$ und berechnen Sie mithilfe des Interpolationspolynoms $P_2(x)$ einen Näherungswert für $\cos\left(\frac{\pi}{4}\right)$.

   (b) Geben Sie einen Näherungswert für $\int_0^1 f(x)dx$ mithilfe des Interpolationspolynoms $P_2(x)$ an.

   (c) Führen Sie einen Iterationsschritt mit dem Newtonverfahren und dem Startwert $x_0 = \frac{1}{3}$ durch, um eine Nullstelle von $g(x) = f(x) - x$ zu finden.

Bitte wenden!

4. Gegeben seien die Differentialgleichungen

$$\text{DGL I} \quad \text{mit } y'(x) \cdot (x-1) = 3x^2 \cdot (x \cdot y(x) - y(x))$$

und

$$\text{DGL II} \quad \text{mit } y'''(x) - y''(x) - 12y'(x) = 0.$$

   (a) Bestimmen Sie die allgemeine Lösung der Differentialgleichung DGL I.

   (b) Lösen Sie das Anfangswertproblem $y(0) = 2$ der Differentialgleichung DGL I.

   (c) Bestimmen Sie die allgemeine Lösung der Differentialgleichung DGL II.

5. (a) Erläutern Sie anhand der DGL $y''(x) = -\cos(x)$, wie man eine DGL zweiter Ordnung in ein System von zwei DGLs erster Ordnung umformen kann.

   (b) Geben Sie konkret einen geeigneten Ansatz zur Lösung der inhomogenen DGL

$$y''(x) - y(x) = -2x^2 + 8xe^x$$

   an. (Ansatz genügt: Sie müssen keine Lösung der inhomogenen DGL finden!)

   (c) Geben Sie zwei reelle Funktionen f und g an, so dass deren Wronski-Determinante konstant 0 ist, die Funktionen aber linear unabhängig sind.