Fakultät für Mathematik
Institut für Algebra und Geometrie
Prof. Dr. A. Pott, Dr. M. Höding

Modulprüfung Mathematik III

Fachrichtung: Computer Science in Engineering,
Computervisualistik, Informatik, Wirtschaftsinformatik
WiSe 2016/17
01.02.2017

Name	Vorname	Fachrichtung	Matr.nummer

Anzahl der abgegebenen Blätter	

Punktebewertung der Klausur

Aufgabe	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**
max. Punkte	**12**	**10**	**10**	**9**	**9**
Punkte					

Gesamtpunktzahl der Klausur = 50	Note

Bitte beachten Sie folgende Hinweise!

- Schreiben Sie auf jedes Blatt Ihren Namen und Ihre Matrikelnummer.
- Beginnen Sie jede Aufgabe mit einem neuen Blatt und nummerieren Sie Ihre Blätter.
- Bitte die Anzahl der abgegebenen Blätter auf dem Deckblatt eintragen.
- Alle Aussagen müssen sorgfältig begründet werden.

Viel Erfolg!

1. Gegeben sei eine Funktion $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ mit

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{für } x \leq 0 \\ a(1+x)^{-4} & \text{für } x > 0 \end{cases}.$$

   a) Ermitteln Sie $a \in \mathbb{R}$ derart, dass f die Dichtefunktion einer stetigen Zufallsvariablen X ist.

   b) Bestimmen Sie die Verteilungsfunktion $F(t)$ der Zufallsvariablen X.

   c) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass für die Zufallsvariable X gilt: $0 \leq X \leq 2$.

   d) Bestimmen Sie ein $b \in \mathbb{R}$ mit $P(X > b) = 0{,}125$.

2. Sei (Ω, P) ein Wahrscheinlichkeitsraum, wobei Ω eine endliche Menge von möglichen Ereignissen ist. Entscheiden Sie, welche der folgenden Aussagen über bedingte Wahrscheinlichkeiten **für alle** $A, B \subseteq \Omega$ wahr und welche falsch sind. Begründen Sie Ihre Antworten:

   (a) $P(A \mid B) + P(\overline{A} \mid B) = 1$.

   (b) $P(A \mid B) + P(A \mid \overline{B}) = 1$.

   (c) $P(A \mid B) + P(A \mid \overline{B}) = P(A)$.

   (d) $P(A \mid B) + P(\overline{A} \mid \overline{B}) = 1$.

   (e) $P(A \mid B) \leq P(A)$.

Bitte wenden!

3. Gegeben sei die Funktion $f : D \to \mathbb{R}$ mit $f(x) = \sqrt{x+2}$ und $D = \{x \in \mathbb{R} : x \geq -2\}$.

   a) Bestimmen Sie das Interpolationspolynom vom Grad 2 mit den Stützstellen $x_0 = -2$, $x_1 = -1$ und $x_2 = 2$.

   b) Ermitteln Sie eine Näherung für das Integral $\int\limits_{-2}^{2} f(x)dx$ mithilfe des Interpolationspolynoms.

   c) Zeigen Sie, dass die folgende Gleichung

   $$f(x) = 2e^{-x}, \text{ d.h. } \sqrt{x+2} = 2e^{-x},$$

   eine Lösung im Intervall $[0, 1]$ hat und bestimmen Sie eine Näherung für diese Lösung mit dem Newton-Verfahren und dem Startwert $x_0 = 0$. Führen Sie dazu einen Interationsschritt durch. (*Hinweis:* Sie müssen den Wert für x_1 nicht numerisch berechnen, da in dem Ausdruck $\sqrt{2}$ steht.)

4. Gegeben sei die Differentialgleichung $y' = 6\sqrt[3]{y^2}\sin x$.

   a) Ermitteln Sie die allgemeine Lösung der Differentialgleichung.

   b) Lösen Sie das Anfangswertproblem mit dieser Differentialgleichung und $y(\pi) = 8$.

5. Gegeben sei folgende Differentialgleichung:

   $$y'' - 2y' - 15y = 0$$

   a) Ermitteln Sie die allgemeine Lösung der Differentialgleichung.

   b) Lösen Sie das Anfangswertproblem mit $y(0) = y'(0) = 2$.