Fakultät für Mathematik
Institut für Algebra und Geometrie
PD. Dr. G. Averkov, Dr. M. Höding

Wiederholung der Modulprüfung Mathematik III

Fachrichtung: Computer Science in Engineering,
Computervisualistik, Informatik, Wirtschaftsinformatik
WiSe 2018/19
29.03.2019

Name	Vorname	Fachrichtung	Matr.nummer

Anzahl der abgegebenen Blätter	

Punktebewertung der Klausur

Aufgabe	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**
Punkte	**10**	**10**	**10**	**9**	**11**

Gesamtpunktzahl der Klausur = 50	Note

Bitte beachten Sie folgende Hinweise!

- Schreiben Sie auf jedes Blatt Ihren Namen und Ihre Matrikelnummer.
- Beginnen Sie jede Aufgabe mit einem neuen Blatt und nummerieren Sie Ihre Blätter.
- Bitte die Anzahl der abgegebenen Blätter auf dem Deckblatt eintragen.
- Alle Aussagen müssen sorgfältig begründet werden.
- Kein Taschenrechner.
- Sie dürfen ein beidseitig beschrieben/bedrucktes Blatt (A4 Format) als "Formelsammlung" benutzen.

Viel Erfolg!

1. Gegeben seien eine Funktion $F : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ mit

$$F(t) = \begin{cases} 0 & \text{für} \quad t < 1 \\ 0,05 & \text{für} \quad 1 \leq t < 1,5 \\ 0,25 & \text{für} \quad 1,5 \leq t < 2 \\ a & \text{für} \quad 2 \leq t < 2,5 \\ 1 & \text{für} \quad t \geq 2,5 \end{cases} .$$

mit dem Parameter $a \in \mathbb{R}$ und die Wahrscheinlichkeit $P(X = 2) = 0,4$ einer diskreten Zufallsvariablen X.

(a) Ermitteln Sie $a \in \mathbb{R}$ derart, dass $F(t)$ die Verteilungsfunktion der diskreten Zufallsvariablen X ist.

(b) Skizzieren Sie die Verteilungsfunktion $F(t)$ der Zufallsvariablen X.

(c) Geben Sie die Wahrscheinlichkeitsverteilung an.

(d) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass für die Zufallsvariable X gilt: $1,5 \leq X \leq 2$.

2. Gegeben sei die folgende Funktion $F : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ mit

$$F(t) = \begin{cases} 0 & \text{für} \quad t \leq 0 \\ 1 - \frac{b}{4} e^{-t^2} & \text{für} \quad t > 0 \end{cases} \quad \text{mit dem Parameter } b \in \mathbb{R}.$$

(a) Bestimmen Sie den Parameter $b \in \mathbb{R}$ so, dass $F(t)$ Verteilungsfunktion einer Zufallsvariablen X ist.

(b) Ermitteln Sie die Dichtefunktion $f(x)$ zu dieser Verteilungsfunktion $F(t)$ der Zufallsvariablen X.

(c) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeiten $P(X > \frac{1}{2})$ und $P(0 \leq X < 1)$.

3. Gegeben seien

$$A = \begin{pmatrix} \frac{1}{2}\sin(\varphi) & 6\sin(\varphi) \\ \frac{1}{2}\cos(\varphi) & 6\cos(\varphi) \\ \frac{\sqrt{3}}{2} & 2\sqrt{3} \end{pmatrix}, \quad Q = \begin{pmatrix} \frac{1}{2}\sin(\varphi) & \frac{\sqrt{3}}{2}\sin(\varphi) \\ \frac{1}{2}\cos(\varphi) & \frac{\sqrt{3}}{2}\cos(\varphi) \\ \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

$$\text{und der Vektor } \mathbf{b} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 4\sqrt{3} \end{pmatrix} \quad \text{mit } \varphi \in \mathbb{R}.$$

(a) Zeigen Sie, dass Q zu einer QR-Faktorisierung $QR = A$ der Matrix A gehört. Hinweis: $r\sin^2(\varphi) + r\cos^2(\varphi) = r$.

(b) Lösen Sie das Gleichungssystem $A\mathbf{x} = QR\mathbf{x} = \mathbf{b}$ mithilfe der QR-Faktorisierung.

4. Gegeben seien die Differentialgleichungen $t\,\frac{ds}{dt} = ts^2 - 4(ts)^2$.

   (a) Bestimmen Sie die allgemeine Lösung der Differentialgleichung.

   (b) Lösen Sie das Anfangswertproblem dieser Differentialgleichung mit $s(1) = \frac{1}{2}$.

5. Gegeben sei die Differentialgleichung $y''' + 4y' = 0$.

   (a) Bestimmen Sie die allgemeine Lösung der Differentialgleichung in der Form $y = c_1 \cdot y_1 + c_2 \cdot y_2 + c_3 \cdot y_3$.

   (b) Lösen Sie das Anfangswertproblem dieser Differentialgleichung mit $y(0) = 2$, $y'(0) = 2$ und $y''(0) = -4$.