Fakultät für Mathematik
Institut für Algebra und Geometrie
PD. Dr. G. Averkov, Dr. M. Höding

Modulprüfung Mathematik III

Fachrichtung: Computer Science in Engineering,
Computervisualistik, Informatik, Wirtschaftsinformatik
WiSe 2018/19
30.01.2019

Name	Vorname	Fachrichtung	Matr.nummer

Anzahl der abgegebenen Blätter	

Punktebewertung der Klausur

Aufgabe	1	2	3	4	5
Punkte	10	10	10	9	11

Gesamtpunktzahl der Klausur = 50	Note

Bitte beachten Sie folgende Hinweise!

- Schreiben Sie auf jedes Blatt Ihren Namen und Ihre Matrikelnummer.
- Beginnen Sie jede Aufgabe mit einem neuen Blatt und nummerieren Sie Ihre Blätter.
- Bitte die Anzahl der abgegebenen Blätter auf dem Deckblatt eintragen.
- Alle Aussagen müssen sorgfältig begründet werden.
- Kein Taschenrechner.
- Sie dürfen ein beidseitig beschrieben/bedrucktes Blatt (A4 Format) als "Formelsammlung" benutzen.

Viel Erfolg!

1. An einer Prüfung nehmen 40 Studierende teil, von denen 8 Studierende die Note 1,3 und 16 Studierende die Note 1,7 sowie 14 Studierende die Note 2,0 erreicht haben.

   (a) Ermitteln Sie die Wahrscheinlichkeit dafür,dass eine Note 1,0 erreicht wurde, wenn keine schlechteren Noten als 2,0 erreicht wurden. (Es werden nur Noten 1,0; 1,3; 1,7; 2,0 vergeben.)

   (b) Geben Sie die Wahrscheinlichkeitsverteilung an.

   (c) Die Zufallsvariablen X sei die erreichte Note. Bestimmen Sie die Verteilungsfunktion $F(t)$ der diskreten Zufallsvariablen X und skizzieren Sie den Graphen der Verteilungsfunktion $F(t)$.

   (d) Berechnen Sie den Notendurchschnitt/Erwartungswert der Zufallsvariablen X und die Wahrscheinlichkeit, dass Noten über 1,5 erreicht werden.

2. Gegeben sei die folgende Funktion $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ mit

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{für} \quad x \leq 0 \\ \frac{a}{2} e^{-x^2} & \text{für} \quad x > 0 \end{cases} \quad \text{mit dem Parameter } a \in \mathbb{R}.$$

   (a) Bestimmen Sie den Parameter $a \in \mathbb{R}$ so, dass $f(x)$ Dichtefunktion einer Zufallsvariablen X ist.

   (b) Ermitteln Sie die Verteilungsfunktion $F_X(t)$.

   (c) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeiten $P(X > 1)$ und $P(0 \leq X \leq 1)$.

3. Gegeben sei die Funktion $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ mit $f(x) = e^{-x} - 2x$.

   (a) Bestimmen Sie das Interpolationspolynom vom Grad 2 mit den Stützstellen $x_0 = -1$, $x_1 = 0$ und $x_2 = 1$. Setzen Sie dabei als Näherung $e = 3$.

   (b) Ermitteln Sie eine Näherung für das Integral $\int_{-1}^{1} f(x)\, dx = \int_{-1}^{1} (e^{-x} - 2x)\, dx$ mithilfe des Interpolationspolynoms.

   (c) Geben Sie ein Intervall an, indem die Nullstelle der Funktion $f(x) = e^{-x} - 2x$ liegt und bestimmen Sie eine Näherung für diese Nullstelle mit dem Newton-Verfahren und einem geeigneten Startwert.

4. Gegeben seien die Differentialgleichungen $xyy' = 3x^3y^2 - 2x^2y^2$.

   (a) Bestimmen Sie die allgemeine Lösung der Differentialgleichung.

   (b) Lösen Sie das Anfangswertproblem dieser Differentialgleichung mit $y(1) = 2$.

5. Gegeben sei die Differentialgleichung $5y' = y''' + 4y''$.

   (a) Bestimmen Sie die allgemeine Lösung der Differentialgleichung in der Form $y = c_1 \cdot y_1 + c_2 \cdot y_2 + c_3 \cdot y_3$.

   (b) Untersuchen Sie die Lösungen y_1, y_2 und y_3 der Differentialgleichung mithilfe der Wronski-Determinante auf lineare Unabhängigkeit.