# *Klausur*

*15. Juli 2003, 10:00 - 12:00 Uhr*

Name: ..................................

Matrikelnummer: ..................................

Anzahl beschriebener Blätter
(ohne Aufgabenblatt): ..................................

Bitte beschriften Sie jedes weitere Blatt mit Name und Matrikelnummer!

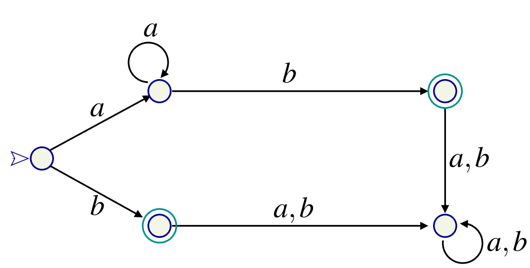
| | | | |
|---|---|---|---|
| Bearbeitungszeit: | 120 Minuten | Gesamtzahl Aufgaben: | 9 |
| Zugelassene Hilfsmittel: | Keine! | Gesamtpunktzahl: | 51 |

---

**Aufgabe 1** ( 8 PUNKTE)

1. Sei $\Sigma = \{a,b,c\}$. Geben Sie einen regulären Ausdruck an für die Sprache $L_1 = \{w \in \Sigma^* : w$ beginnt mit $ab$ und endet mit $ca\}$ und einen regulären Ausdruck für die Sprache $L_2 = \{w \in \Sigma^* : w$ enthält mindestens zwei aufeinanderfolgende $a$s$\}$.
2. Sei $\Sigma = \{[,]\}$. Zeichnen Sie den Zustandsgraphen eines endlichen Automaten, der die Sprache $[^*]^*$ akzeptiert. Sei nun $\Sigma = \{0,1\}$. Zeichnen Sie den Zustandsgraphen eines endlichen Automaten, der genau die Wörter aus $\Sigma^*$ akzeptiert, die Binärdarstellungen natürlicher Zahlen sind.

**Aufgabe 2** ( 6 PUNKTE)
Sei $\Sigma = \{a,b\}$ und sei $L = L(M)$, wobei $M$ durch folgenden Zustandsgraphen gegeben ist:




In der Vorlesung haben wir eine Äquivalenzrelation $\approx_L$ auf $\Sigma^* \times \Sigma^*$ wie folgt definiert: Es gilt $x \approx_L y$ genau dann wenn für alle $z \in \Sigma^*$ gilt $(xz \in L \iff yz \in L)$.

1. Geben Sie die Äquivalenzklassen der Relation $\approx_L$ an (ohne Beweis).
2. Geben Sie einen zu $M$ äquivalenten deterministischen endlichen Automaten an, der minimal viele Zustände besitzt.

**Aufgabe 3** ( 4 PUNKTE)
Zeigen Sie (skizzenhaft), dass die Klasse der regulären Sprache abgeschlossen ist unter Schnittbildung. (Sie brauchen keinen vollständigen formalen Beweis anzugeben, sondern wie in der Vorlesung nur die Beweisidee, diese aber bitte hinreichend genau).

**Aufgabe 4** ( 11 PUNKTE)
Sei $G_0 = (V_0, \Sigma, R_0, S)$ mit $V_0 = \{S, (, ), [, ]\}$, $\Sigma = \{(, ), [, ]\}$ und

$$R_0 = \{S \to SS,\ S \to (),\ S \to (S),\ S \to [\,],\ S \to [S]\}$$

1. Geben Sie eine Linksableitung für das Wort $[([\,]())]$ an.
2. Ist $G_0$ mehrdeutig? Begründen Sie ihre Antwort.
3. Ist $L(G_0)$ regulär? Begründen Sie ihre Antwort.
4. Sei $L = L(G_0)$. Wir betrachten die Äquivalenzrelation $\approx_L$ (vgl. Aufgabe 2). Ist die Anzahl der Äquivalenzklassen von $\approx_L$ endlich oder unendlich? Begründen Sie ihre Antwort.

**Aufgabe 5** ( 5 PUNKTE)

1. Transformieren Sie die kontextfreie Grammatik $G_0$ aus Aufgabe 4 in eine äquivalente kontextfreie Grammatik $G_1 = (V_1, \Sigma, R_1, S)$ in $\substack{\text{Lewis}\\ \text{Papadimitriou}}$-Chomsky-Normalform.
2. Geben Sie einen Ableitungsbaum bzgl. $G_1$ für das Wort $[()]()[\,]$ an.

**Aufgabe 6** ( 3 PUNKTE)
Welche der folgenden Klassen von Sprachen sind abgeschlossen unter Komplementbildung (ohne Beweis):

Die Klasse der deterministisch kontextfreien Sprachen?
Die Klasse der rekursiv aufzählbaren Sprachen?
Die Klasse $\mathcal{EXP}$ ?

**Aufgabe 7** ( 3 PUNKTE)
Zeigen Sie, dass die Funktion plus2 : $\mathbb{N} \mapsto \mathbb{N}$ mit plus2$(n) = n + 2$ primitiv rekursiv ist. Achten Sie darauf, dass Sie die Funktionsoperatoren formal korrekt anwenden, also genauso, wie es in der Definition der Operatoren verlangt wird.

**Aufgabe 8** ( 4 PUNKTE)
Wie lautet der Satz von Rice?

**Aufgabe 9** ( 7 PUNKTE)

1. Definieren Sie INDEPENDENT SET und VERTEX COVER.
2. Zeigen Sie, dass VERTEX COVER $\preceq_{\mathcal{P}}$ INDEPENDENT SET.
3. Nehmen Sie an, sie wüssten, dass VERTEX COVER $\mathcal{NP}$-vollständig ist. Zeigen Sie, dass dann auch INDEPENDENT SET $\mathcal{NP}$-vollständig ist.