



# Klausur

18. Februar 2004, 12:45 - 14:45 Uhr

Name: .....

Matrikelnummer: .....

Anzahl beschriebener Blätter  
(ohne Aufgabenblatt): .....

Bitte beschriften Sie jedes weitere Blatt mit Name und Matrikelnummer!

|                          |             |                      |    |
|--------------------------|-------------|----------------------|----|
| Bearbeitungszeit:        | 120 Minuten | Gesamtzahl Aufgaben: | 9  |
| Zugelassene Hilfsmittel: | Keine!      | Gesamtpunktzahl:     | 50 |

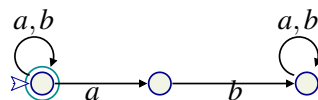
## Aufgabe 1 (6 PUNKTE)

Sei  $\Sigma = \{a, b\}$ .

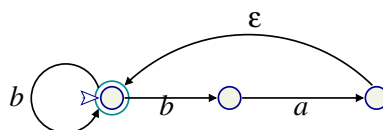
- (a) Geben Sie einen regulären Ausdruck an für die Sprache  $L_1 = \{w \in \Sigma^* : w \text{ beginnt mit } a \text{ und endet mit } b\}$ .
- (b) Geben Sie einen regulären Ausdruck an für die Sprache  $L_2 = \{w \in \Sigma^* : w \text{ enthält höchstens ein } a\}$ .
- (c) Geben Sie einen regulären Ausdruck an für die Sprache  $L_3 = \{w \in \Sigma^* : \text{in } w \text{ folgen unmittelbar auf jedes } a \text{ mindestens zwei } b\}$ .

## Aufgabe 2 (7 PUNKTE)

- (a) Sei  $\Sigma = \{a, b\}$ . Beschreiben Sie die von folgendem endlichen Automaten akzeptierte Sprache:



- (b) Sei  $\Sigma = \{a, b\}$ . Geben Sie einen regulären Ausdruck an für die von folgendem nichtdeterministischen endlichen Automaten akzeptierte Sprache:



- (c) Geben Sie einen deterministischen endlichen Automaten an, der zu dem Automaten aus Teilaufgabe (b) äquivalent ist.

**Aufgabe 3** (10 PUNKTE)

Sei  $G = (V, \Sigma, R, S)$  mit  $V = \{S, a, b\}$ ,  $\Sigma = \{a, b\}$  und

$$R = \{S \rightarrow Sabb \mid aSbb \mid abSb \mid abbS \mid Sbab \mid bSab \mid baSb \mid babS \mid Sbba \mid bSba \mid bbSa \mid bbaS \mid \varepsilon\}$$

- Geben Sie eine Linksableitung für das Wort  $ababbb$  an.
- Geben Sie eine Ableitungsbaum für das Wort  $abbabb$  an.
- Zeigen Sie, dass alle Wörter aus  $L(G)$  doppelt so viele  $b$  enthalten wie  $a$ .
- Ist  $G$  mehrdeutig? Begründen Sie ihre Antwort.
- Ist die Sprache  $L = \{w \in \Sigma^* : w \text{ enthält doppelt so viele } b \text{ wie } a\}$  regulär? Begründen Sie ihre Antwort.

**Aufgabe 4** (4 PUNKTE)

Zeigen Sie, dass die Sprache  $L = \{uawb : u, w \in \{a, b\}^*, |u| = |w|\}$  kontextfrei ist, indem Sie eine kontextfreie Grammatik angeben, die  $L$  erzeugt.

**Aufgabe 5** (3 PUNKTE)

Sei  $M = (K, \Sigma, \Gamma, \Delta, s, F)$  ein Kellerautomat, wobei  $K = \{s, f\}$ ,  $\Gamma = \Sigma = \{a, b\}$ ,  $F = \{f\}$  und

$$\Delta = \{((s, a, \varepsilon), (s, a)), ((s, b, \varepsilon), (s, b)), ((s, \varepsilon, \varepsilon), (f, \varepsilon)), ((f, a, a), (f, \varepsilon)), ((f, b, b), (f, \varepsilon))\}.$$

Welche Sprache wird von  $M$  akzeptiert?

**Aufgabe 6** (4 PUNKTE)

Welche der folgenden Probleme sind entscheidbar (ohne Beweis):

- Gegeben eine Grammatik  $G$ , gilt  $\varepsilon \in L(G)$ ?
- Gegeben eine kontextfreie Grammatik  $G$ , gilt  $\varepsilon \in L(G)$ ?
- Gegeben Grammatiken  $G_1$  und  $G_2$ , gilt  $L(G_1) = L(G_2)$ ?
- Gegeben kontextfreie Grammatiken  $G_1$  und  $G_2$ , gilt  $L(G_1) = L(G_2)$ ?

**Aufgabe 7** (4 PUNKTE)

Ist folgendes Problem entscheidbar? Gegeben eine Turingmaschine  $M$ , enthalten alle Wörter in  $L(M) \subseteq \{a, b, c\}^*$  das Teilwort  $cba$ ? Begründen Sie ihre Antwort.

**Aufgabe 8** (6 PUNKTE)

Definieren Sie INDEPENDENT SET und CLIQUE und zeigen Sie, dass CLIQUE  $\preceq_P$  INDEPENDENT SET.

**Aufgabe 9** (6 PUNKTE)

- Seien  $A$  und  $B$  Sprachen bzw. Probleme, die  $\mathcal{NP}$ -vollständig sind. Gilt dann  $A \preceq_P B$ ? Begründen Sie ihre Antwort.
- Seien  $A$  und  $B$  Sprachen bzw. Probleme und sei  $B \in \mathcal{NP}$ . Falls nun  $A \preceq_P B$  gilt, liegt dann auch  $A$  in  $\mathcal{NP}$ ? Begründen Sie ihre Antwort.