Klausur

19. Juli 2007, 14:15 - 16:15 Uhr

Name: ....

Matrikelnummer: ....

Anzahl beschriebener Blätter
(ohne Aufgabenblatt): ....

Bitte beschriften Sie jedes weitere Blatt mit Name und Matrikelnummer!

Bearbeitungszeit: 120 Minuten
Zugelassene Hilfsmittel: Keine!
Gesamtzahl Aufgaben: 10
Gesamtpunktzahl: 73

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	$\sum$

Aufgabe 1 (9 PUNKTE (3 + 3 + 3))
Sei $\Sigma = \{a,b\}$. Geben Sie für die folgenden Sprachen jeweils einen regulären Ausdruck an:

(a) $\{w \in \Sigma^* : w$ endet auf $a\}$
(b) $\{w \in \Sigma^* : w$ enthält genau zwei $b\}$
(c) $\{w \in \Sigma^* : w$ enthält aa und $bb\}$

Aufgabe 2 (6 PUNKTE (3 + 3))
Sei $\Sigma = \{a,b\}$. Geben Sie für die folgenden Sprachen jeweils einen (nichtdeterministischen) endlichen Automaten an, der die Sprache akzeptiert.

(a) $\{w \in \Sigma^* : w$ enthält das Teilwort $ab\}$
(b) $\{w \in \Sigma^* : w$ enthält höchstens ein $b\}$

Aufgabe 3 (5 PUNKTE)
Zeigen Sie skizzenhaft, dass die Klasse der regulären Sprachen abgeschlossen ist unter Vereinigung.

Aufgabe 4 (10 PUNKTE (5 + 3 + 2))

(a) Sei $\Sigma = \{a,b\}$. Geben Sie eine kontextfreie Grammatik G an, so dass $L(G) = \{w \in \Sigma^* : w = w^R\}$.
(b) Geben Sie einen Ableitungsbaum für das Wort *aabaa* an.
(c) Geben Sie eine Sprache an, die nicht kontextfrei ist (ohne Beweis).

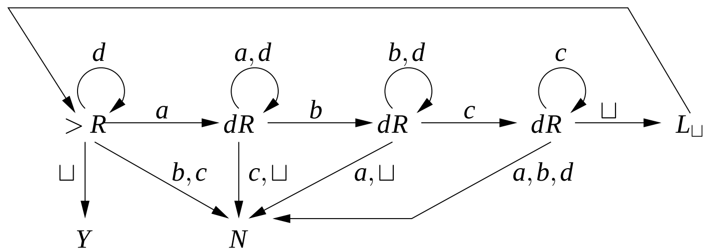
Aufgabe 5 (5 PUNKTE)
Sei $M = (K, \Sigma, \Gamma, \Delta, s, F)$ ein Kellerautomat, wobei $K = \{s, f\}$, $\Gamma = \Sigma = \{a, b\}$, $F = \{f\}$ und

$$\Delta = \{((s,a,\varepsilon),(s,aa)),\ \ ((s,\varepsilon,\varepsilon),(f,\varepsilon)),\ \ ((f,b,a),(f,\varepsilon))\}.$$

Welche Sprache wird von M akzeptiert?

Aufgabe 6 (6 PUNKTE (3 + 3))

(a) Geben Sie die Berechnung der folgenden, in Diagrammnotation gegebenen Turingmaschine ausgehend von der Konfiguration $(s, \triangleright\underline{\sqcup}aab)$ an.



(b) Beschreiben Sie, was diese Turingmaschine tut (ohne Beweis).

Aufgabe 7 (5 PUNKTE)
Zeigen Sie, dass $\mathsf{plus} : \mathbb{N}^2 \to \mathbb{N}$ mit $\mathsf{plus}(n_1, n_2) = n_1 + n_2$ primitiv rekursiv ist. Achten Sie dabei darauf, dass Sie die Funktionsoperatoren Komposition (falls g eine k-stellige primitiv rekursive Funktion ist und $h_1, \ldots, h_k$ jeweils l-stellige primitiv rekursive Funktionen sind, so ist auch $f(n_1, \ldots, n_l) = g(h_1(n_1, \ldots, n_l), \ldots, h_k(n_1, \ldots, n_l))$ primitiv rekursiv) und primitive Rekursion (falls g eine k-stellige primitiv rekursive Funktion ist und h eine $(k+2)$-stellige primitiv rekursive Funktion, so ist die durch $f(n_1, \ldots, n_k, 0) = g(n_1, \ldots, n_k)$ und $f(n_1, \ldots, n_k, m+1) = h(n_1, \ldots, n_k, m, f(n_1, \ldots, n_k, m))$ für $m \geq 0$ definierte Funktion f primitiv rekursiv) formal korrekt anwenden, also genauso, wie es in der Definition der Operatoren verlangt wird.

Aufgabe 8 (12 PUNKTE (4 + 4 + 4))

(a) Wie lautet der Satz von Rice?

(b) Sei L_{reg} eine reguläre Sprache. Ist folgendes Problem entscheidbar? Gegeben eine Turingmachine M, gilt $L(M) = L_{\text{reg}}$? Begründen Sie ihre Antwort!

(c) Ist die Sprache $L = \{$“M” : Turingmaschine M hält nach höchstens 42 Schritten$\}$ entscheidbar?

Aufgabe 9 (6 PUNKTE)
Beim Problem 3-FÄRBBARKEIT ist zu entscheiden, ob die Knoten eines ungerichteten Graphen G so mit drei verschiedenen Farben gefärbt werden können, dass keine zwei benachbarten Knoten, also Knoten, die durch eine Kante verbunden sind, die gleiche Farbe haben.
Zeigen Sie 3-FÄRBBARKEIT $\preceq_{\mathcal{P}}$ SATISFIABILITY.

Aufgabe 10 (9 PUNKTE (4 + 5))

(a) Wann ist eine Sprache L eine $\mathcal{NP}$-vollständige Sprache?

(b) Skizzieren Sie einen Beweis des folgenden Satzes:

Satz: Sei L eine $\mathcal{NP}$-vollständige Sprache. Dann gilt $\mathcal{P} = \mathcal{NP}$ genau dann wenn $L \in \mathcal{P}$.