Otto-von-Guericke-Universität Magdeburg
Fakultät für Informatik
Prof. Dr. Till Mossakowski

Grundlagen der Theoretischen Informatik I

Klausur

Termin:	25. Februar 2015, 11:00 – 13:00 Uhr
Bearbeitungszeit:	120 Minuten
zugelassene Hilfsmittel:	keine

Name:	
Vorname:	
Matrikel-Nr.:	
Studiengang:	CV: ☐ INF: ☐ IngIF: ☐ WIF: ☐ MA: ☐ CMA: ☐ Lehramt: ☐ Sonstiges: ☐
Anzahl der beschriebenen Blätter (ohne Deckblatt):	
Unterschrift Student:	

Hinweise zur Klausur

(1) Sämtliche Resultate aus der Vorlesung und Übung dürfen zur Lösung der Aufgaben durch Zitieren herangezogen werden, es sei denn, dass genau dieses Resultat in der Aufgabe bewiesen werden soll.

(2) Wenn man in einem Beweis für eine Sprache L eine erzeugende Grammatik G, einen akzeptierenden Automaten M oder einen repräsentierenden regulären Ausdruck α angibt, dann ist es nicht erforderlich, $L(G) = L$, $L(M) = L$ bzw. $\mathcal{L}(\alpha) = L$ zu beweisen.

Bitte kennzeichnen Sie jedes Blatt in der rechten oberen Ecke mit Name und Matrikelnummer.

Bitte kreuzen Sie in der folgenden Tabelle die Aufgaben an, die Sie bearbeitet haben.

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Bearbeitet										

Viel Erfolg!

Für die **Korrektur:**

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Summe
Punkte (Soll)	6	6	6	8	7	4	8	8	9	8	70
Punkte (Ist)											

Otto-von-Guericke-Universität Magdeburg
Fakultät für Informatik
Prof. Dr. Till Mossakowski

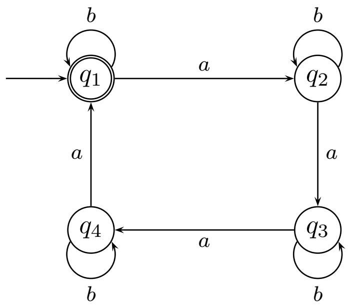
Magdeburg, 25. Februar 2015

Grundlagen der Theoretischen Informatik I

Klausur – Aufgaben

Aufgabe 1 [6 Punkte]

Gegeben ist der deterministische endliche Automat M durch den nebenstehenden Zustandsgraphen.



(a) Geben Sie die Berechnung von M, also die Folge der Konfigurationen, bei der Eingabe *aaaa* an.

(b) Akzeptiert M das Wort *aaaa*? Begründen Sie Ihre Antwort.

(c) Geben Sie ein Wort aus $\{a\}^*$ an, das *nicht* von M akzeptiert wird.

(d) Geben Sie die von M akzeptierte Sprache an.

Aufgabe 2 [6 Punkte]

Beweisen Sie, dass die folgenden Sprachen regulär sind.

(a) $L_a = \{w \in \{a,b\}^* \mid |w| \text{ ist durch 3 teilbar}\}$

(b) $L_b = \{w \in \{a,b\}^* \mid w \text{ enthält das Teilwort } baba\}$

(c) $L_c = \{w \in \{a,b\}^* \mid w \text{ enthält nicht das Teilwort } baba \text{ und } |w| \text{ ist nicht durch 3 teilbar}\}$

Aufgabe 3 [6 Punkte]

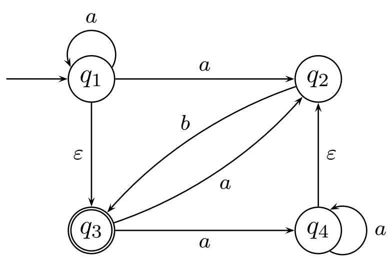
Beweisen oder widerlegen Sie, dass die folgenden Sprachen regulär sind.

(a) $L_a = \{(ab)^k \mid k \geq 0\}$

(b) $L_b = \{\#0^k\#1^k\# \mid k \geq 0\}$

Aufgabe 4 [8 Punkte]

Es sei der nichtdeterministische endliche Automat M durch den nebenstehenden Zustandsgraphen gegeben.



Konstruieren Sie einen zu M äquivalenten deterministischen endlichen Automaten, gemäß des Beweises der Äquivalenz von nichtdeterministischen und deterministischen endlichen Automaten aus der Vorlesung. Sie brauchen dabei nicht alle Zustände, die sich aus der Potenzmengenkonstruktion ergeben, zu konstruieren, sondern nur die vom Startzustand aus erreichbaren.

Aufgabe 5 [7 Punkte]

Beweisen Sie, dass die folgenden Sprachen kontextfrei sind.

(a) $L_a = \{(ab)^k(cc)^k \mid k \geq 0\}$

(b) $L_b = \{w \in \{a,b\}^* \mid |w|_a > |w|_b\}$

(c) $L_c = \{w \in \{a,b\}^* \mid |w|_a > |w|_b \text{ und } |w| \text{ ist gerade}\}$

Aufgabe 6 [4 Punkte]

Es sei $G = (\{S,T\},\{a,b\},\{S \to ST \mid ab,\, T \to ab \mid \varepsilon\}, S)$ eine kontextfreie Grammatik.

(a) Geben Sie eine Ableitung für das Wort *ababab* an.

(b) Ist die Grammatik G mehrdeutig? Begründen Sie Ihre Antwort.

Bitte wenden!

Aufgabe 7 [8 Punkte]
Beantworten Sie die folgenden Fragen jeweils in höchstens drei Sätzen.

(a) Wie lautet das Pumping Lemma für kontextfreie Sprachen?
(b) Was ist das Halteproblem?
(c) Wie lautet die Definition der Sprachklasse $\mathbb{NP}$?
(d) Wie lautet der Satz von Rice?

Aufgabe 8 [8 Punkte]
Entscheiden Sie, ob die folgenden Sprachen entscheidbar sind, und begründen Sie jeweils Ihre Antwort.

(a) $\{\langle M\rangle \mid M$ ist eine Turing-Maschine und $L(M)$ ist kontextfrei$\}$
(b) $\{\langle M\rangle \mid M$ ist eine Turing-Maschine und $L(M)$ ist endlich oder abzählbar unendlich$\}$
(c) $\{\langle M\rangle \mid M$ ist eine Turing-Maschine, die nur das leere Wort akzeptiert$\}$
(d) $\{\langle M\rangle \mid M$ ist eine Turing-Maschine, bei der kein Zustand einen Übergang zu sich selbst hat$\}$

Aufgabe 9 [9 Punkte]
Welche der folgenden Behauptungen sind wahr, welche falsch (jeweils ohne Begründung)?

Es gibt für jede richtige Antwort 1,5 Punkte, für jede falsche Antwort 0,5 Punkte Abzug, in summa aber keine negativen Punkte.

wahr	falsch	
○	○	Falls L regulär ist, so ist jede Teilmenge von L eine reguläre Sprache.
○	○	Zu jeder regulären Sprache L gibt es eine Turing-Maschine, die L akzeptiert.
○	○	Der Schnitt einer regulären Sprache und einer kontextfreien Sprache ist kontextfrei.
○	○	Das Wortproblem für kontextfreie Sprachen ist entscheidbar.
○	○	Jede rekursiv aufzählbare Sprache ist regulär.
○	○	Jede Sprache in $\mathbb{P}$ liegt auch in $\mathbb{NP}$.

Aufgabe 10 [8 Punkte]
Beweisen Sie, dass VERTEX-COVER $\mathbb{NP}$-vollständig ist.

Hinweise:

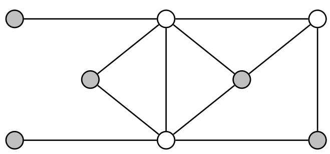
(i) Sie dürfen benutzen, dass INDEPENDENT-SET $\mathbb{NP}$-vollständig ist.
(ii) Wir definierten in der Vorlesung

$$\begin{aligned}\text{VERTEX-COVER} = \{\langle G, k\rangle \mid\ & G = (V, E) \text{ ist ein ungerichteter Graph, } k \in \mathbb{N}_0,\\ & \text{und es gibt eine Teilmenge } V' \subseteq V \text{ mit } |V'| = k,\\ & \text{so dass } u \in V' \text{ oder } v \in V' \text{ für alle Kanten } \{u, v\} \in E \text{ gilt}\}\end{aligned}$$

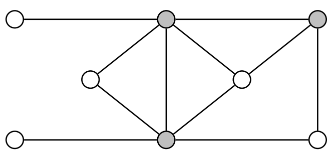
sowie

$$\begin{aligned}\text{INDEPENDENT-SET} = \{\langle G, k\rangle \mid\ & G = (V, E) \text{ ist ein ungerichteter Graph, } k \in \mathbb{N}_0,\\ & \text{und es gibt eine Teilmenge } V' \subseteq V \text{ mit } |V'| = k,\\ & \text{so dass } \{u, v\} \notin E \text{ für alle } u, v \in V' \text{ gilt}\}\end{aligned}$$

(iii) Die folgenden Graphen illustrieren Beispiele.



Independent Set



Vertex Cover