Übungsscheinklausur

13. Juli 2005, 11:20 - 12:20 Uhr

Name: ....

Matrikelnummer: ....

Anzahl beschriebener Blätter
(ohne Aufgabenblatt): ....

Bitte beschriften Sie jedes weitere Blatt mit Namen und Matrikelnummer!

Bearbeitungszeit:	60 Minuten
Zugelassene Hilfsmittel:	Keine!
Gesamtzahl Aufgaben:	5
Maximalpunktzahl:	42

☐ Ich bin damit einverstanden, dass mein Klausurergebnis unter meiner Matrikelnummer im World Wide Web veröffentlicht wird.

Aufgabe 1: (6 Punkte)
Sei $\Sigma = \{a,b,c\}$. Geben Sie reguläre Ausdrücke für die folgenden Sprachen an:

(a) $\{w \in \Sigma^* : w \text{ beginnt mit } cc\}$

(b) $\{w \in \Sigma^* : w \text{ enthält höchstens ein } b\}$

Aufgabe 2: (9 Punkte)

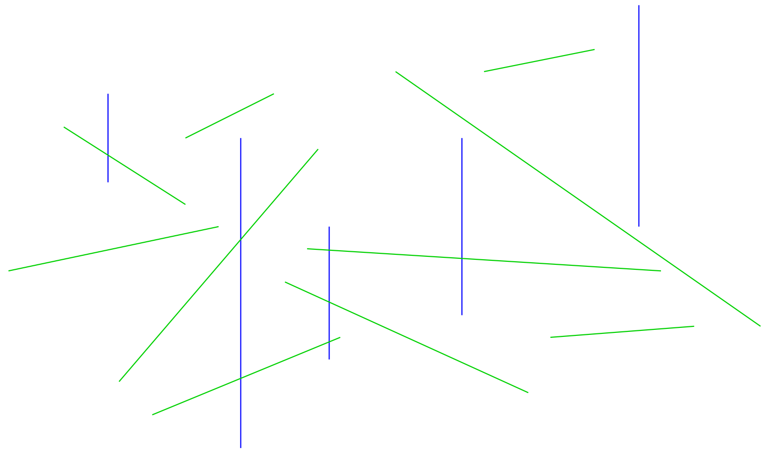
(a) Eine Funktion $f(n)$ ist asymptotisch gesehen kleiner als eine Funktion $g(n)$, falls $f(n) = O(g(n))$ gilt, aber nicht $g(n) = O(f(n))$. Ordnen Sie die folgenden Funktionen nach ihrem asymptotischen Verhalten (ohne Beweis):

$$f_1(n) = 3n - 5\log n \qquad f_2(n) = 17n^2 \log n \qquad f_3(n) = (\sqrt{n})^5 + 6n^2 \qquad f_4(n) = \frac{1}{273}n^3 + 12n^2 - 7n + 3$$

(b) Leiten Sie eine möglichst gute asymptotische obere Schranke für die durch folgende Rekursion gegebene monoton wachsende Funktion $T(n)$ her:

$$T(n) = \begin{cases} 1 & \text{falls } n = 1, \\ n + 4T(\lfloor n/2 \rfloor) & \text{falls } n \geq 2 \end{cases}$$

Aufgabe 3: (12 Punkte)
Sei V eine Menge vertikaler Strecken und sei N eine Menge nicht-vertikaler Strecken. Die Strecken in N seien paarweise disjunkt, d.h., je zwei Strecken in N haben keinen Punkt gemeinsam. Ferner seien die Strecken in $V \cup N$ in allgemeiner Lage, d.h, die x-Koordinaten der Endpunkte der Strecken seien jeweils paarweise verschieden.



Geben Sie einen Algorithmus an, der alle Schnittpunkte zwischen den Segmenten in V und N möglichst effizient berechnet.
Begründen Sie die Korrektheit ihres Algorithmus.
Analysieren Sie den Algorithmus, wobei $n = |N| + |V|$ und k die Anzahl der Schnittpunkte sei.

Aufgabe 4: (11 Punkte)
Im Folgenden bezeichne $\mathbb{Z}$ die Menge der ganzen Zahlen, $\mathbb{Q}$ die Menge der rationalen Zahlen und $\mathbb{R}$ die Menge der reellen Zahlen. Kreuzen Sie an, ob die folgenden Aussagen wahr oder falsch sind (ohne Beweis!):

wahr	falsch	
◯	◯	$\mathbb{Q}$ ist abzählbar unendlich.
◯	◯	$\mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ ist überabzählbar unendlich.
◯	◯	$\mathbb{R} \times \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ ist überabzählbar unendlich.
◯	◯	Sei Σ ein Alphabet, also eine endliche Menge. Es gibt eine Sprache $L \subseteq \Sigma^*$, die überabzählbar unendlich viele Wörter enthält.
◯	◯	Es gibt ein Java-Programm, das für beliebige Java-Programme P und Eingaben I für P entscheidet, ob P als erste Ausgabe das Wort „Computervisualistik“ produziert.
◯	◯	$n + \frac{n}{2} + \frac{n}{4} + \frac{n}{8} + \cdots + 1 = O(n)$
◯	◯	$n + \frac{n}{2} + \frac{n}{3} + \frac{n}{4} + \cdots + 1 = \Theta(n \log n)$

Aufgabe 5: (4 Punkte)
Gegeben seien Punkte $p = (p_x, p_y)$, $q = (q_x, q_y)$ und $r = (r_x, r_y)$. Wie kann man testen, ob p links von der Geraden durch q und r liegt, wobei die Gerade von q nach r gerichtet ist?