

Name, Vorname: _____ Bearbeitungszeit: 120 Min.
 Matrikelnummer: _____ Zugelassene Hilfsmittel: Keine!
 Anzahl Doppelbögen: _____ Gesamtzahl Aufgaben: 12
 Gesamtpunktzahl: 80

Bitte jeden beschriebenen Doppelbogen mit Matrikelnummer und Namen beschriften! Viel Erfolg!

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12

Aufgabe 1 (8 PUNKTE)

- Wie lautet der Satz von Rice?
- Ist die Sprache $\{\langle M \rangle \mid M \text{ ist eine Turing-Maschine und } L(M) \text{ ist NP-vollständig}\}$ entscheidbar? Begründen Sie ihre Antwort.

Aufgabe 2 (6 PUNKTE)

- Ist die Sprache $\{\langle M \rangle \mid \text{Turing-Maschine } M \text{ macht bei jeder Eingabe mindestens 11 Berechnungsschritte}\}$ entscheidbar? (ohne Beweis)
- Sei L_{reg} eine reguläre Sprache. Ist folgendes Problem entscheidbar? Gegeben eine Turing-Maschine M , gilt $L(M) = L_{\text{reg}}$? (ohne Beweis)
- Ist folgendes Problem entscheidbar? Gegeben eine Grammatik G , ist $L(G)$ eine reguläre Sprache? (ohne Beweis)

Aufgabe 3 (9 PUNKTE)

- Seien L_1 und L_2 Sprachen über dem Alphabet $\{0, 1\}$. Was bedeutet $L_1 \preceq_P L_2$?
- Skizzieren Sie einen Beweis des folgenden Satzes:

Satz: Sei L eine NP-vollständige Sprache. Dann gilt $P = NP$ genau dann wenn $L \in P$.

Aufgabe 4 (11 PUNKTE)

Sei $G = (\{S, A, B\}, \{a, b\}, R, S)$ eine kontextfreie Grammatik mit

$$R = \{S \rightarrow AB \mid BAB \mid Ba, A \rightarrow BA \mid a, B \rightarrow aa \mid aAB \mid b\}$$

- Gilt $bab \in L(G)$? Begründen Sie ihre Antwort.
- Geben Sie einen Syntaxbaum für $aaba$ an.
- Transformieren Sie G in eine äquivalente kontextfreie Grammatik G' in Chomsky Normalform.

Aufgabe 5 (5 PUNKTE)

Sei G die kontextfreie Grammatik aus Aufgabe 4. Geben Sie einen Kellerautomaten M an mit $L(G) = L(M)$.

Aufgabe 6 (6 PUNKTE)

Zu einem Postschen Korrespondenzproblem $P \subseteq \Sigma^+ \times \Sigma^+$ mit den Wortpaaren $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_k, y_k)$ kann man kontextfreie Grammatiken $G_1 = (\{S_1\}, \Gamma, R_1, S_1)$ mit

$$R_1 = \{S_1 \rightarrow a_i S_1 x_i^R \mid i = 1, \dots, k\} \cup \{S_1 \rightarrow a_i x_i^R \mid i = 1, \dots, k\}$$

und $G_2 = (\{S_2\}, \Gamma, R_2, S_2)$ mit

$$R_2 = \{S_2 \rightarrow a_i S_2 y_i^R \mid i = 1, \dots, k\} \cup \{S_2 \rightarrow a_i y_i^R \mid i = 1, \dots, k\}$$

konstruieren, wobei a_1, \dots, a_k Symbole sind, die nicht zu Σ gehören, und $\Gamma = \Sigma \cup \{a_1, \dots, a_k\}$. Ferner sei $G = (\{S, S_1, S_2\}, \Gamma, R_1 \cup R_2 \cup \{S \rightarrow S_1, S \rightarrow S_2\}, S)$.

- (a) Konstruieren Sie die kontextfreien Grammatiken G_1 und G_2 , die zu dem Postschen Korrespondenzproblem über $\Sigma = \{0, 1\}$ mit den Wortpaaren $(00, 0011), (110, 0), (10, 01)$ gehören.
- (b) Ist die Grammatik G für das Postsche Korrespondenzproblem aus Teil (a) mehrdeutig? Begründen Sie ihre Antwort.

Aufgabe 7 (5 PUNKTE)

Wie lautet das Pumping-Lemma für kontextfreie Sprachen?

Aufgabe 8 (4 PUNKTE)

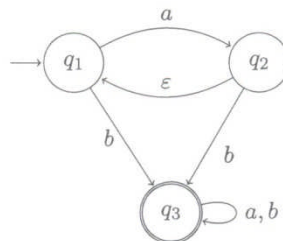
Falls L eine reguläre Sprache ist, ist dann auch $\{w \mid w \in L \text{ und } w \in L^R\}$ regulär? Begründen Sie ihre Antwort.

Aufgabe 9 (5 PUNKTE)

Zeigen Sie, dass die Sprache $\{ww^R \mid w \in \{a, b\}^*\}$ nicht regulär ist.

Aufgabe 10 (7 PUNKTE)

Konstruieren Sie mit dem Verfahren aus dem Beweis der Äquivalenz von NEA und DEA zu dem nichtdeterministischen endlichen Automaten, der durch den folgenden Zustandsgraphen gegeben ist, einen äquivalenten deterministischen endlichen Automaten. Sie brauchen dabei nicht alle Zustände, die sich aus der Potenzmengenkonstruktion ergeben, zu konstruieren, sondern nur die vom Startzustand aus erreichbaren.



Aufgabe 11 (8 PUNKTE)

Geben Sie für die folgenden Sprachen jeweils einen deterministischen endlichen Automaten an, der die Sprache akzeptiert (Zustandsdiagramme genügen).

- (a) $\{w \in \{a, b\}^* \mid |w| = 2\}$
- (b) $\{w \in \{a, b\}^* \mid w \text{ enthält das Teilwort } ab\}$

Aufgabe 12 (6 PUNKTE)

Sei $\Sigma = \{0, 1\}$. Geben Sie für die folgenden Sprachen jeweils einen regulären Ausdruck an.

- (a) $\{w \in \Sigma^* \mid w \text{ besteht nur aus genau einer Null oder } w \text{ beginnt mit einer Eins}\}$
- (b) $\{w \in \Sigma^* \mid \text{die Anzahl der Nullen in } w \text{ ist durch 3 teilbar}\}$

