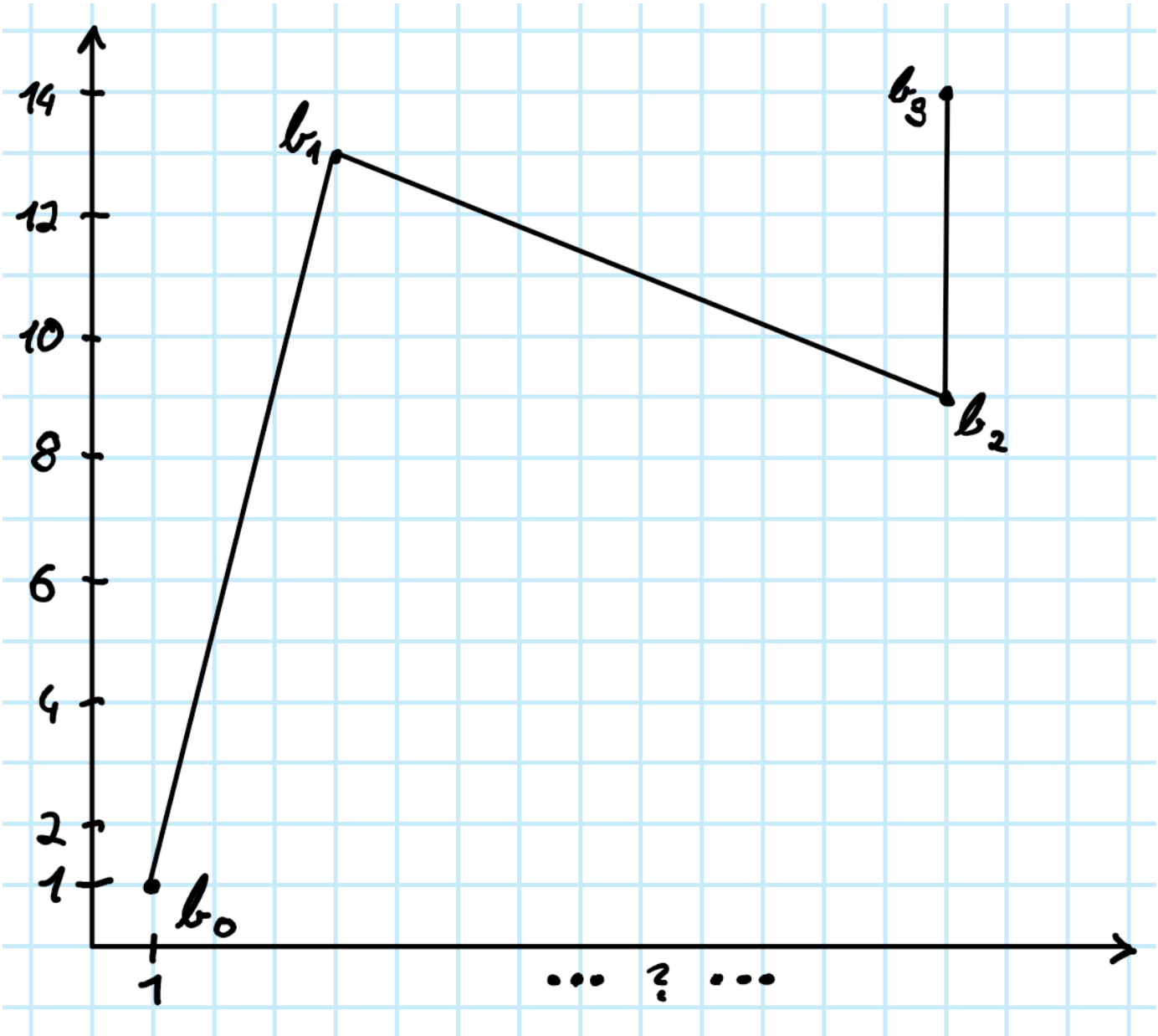
Gedächtnisprotokoll Computergrafik SoSe25 (29.07.2025)

Gesamtpunktzahl: 81 Punkte + 4 Zusatzpunkte

Aufgabe 1: de Casteljau-Algorithmus



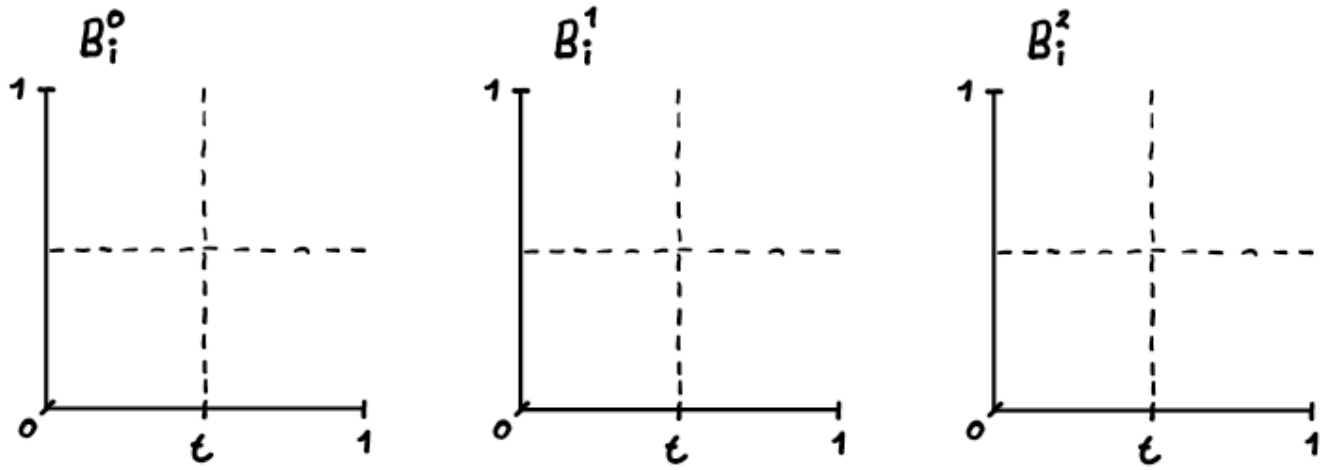
(Recht sicher, dass die Koordinaten für b_0 und b_1 stimmen. b_2 und b_3 lagen auf jeden Fall über einander, aber die genauen Koordinaten sind nicht mehr bekannt.)
Bestimmen Sie mithilfe des de Casteljau-Algorithmus zeichnerisch(!) die Kurvenpunkte $x_1 = x(\frac{2}{3})$ und $x_2 = x(0)$ und skizzieren Sie die Kurve.

Aufgabe 2: Bernsteinpolynome

Formeln für Bernsteinpolynome gegeben:

- $$x(t) = \sum_{i=0}^{n} b_i B_i^n(t)$$
- $$B_i^n(t) = \binom{n}{i} \cdot t^i \cdot (1-t)^{n-i}$$

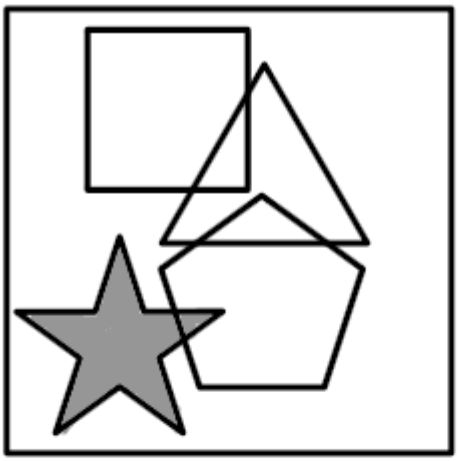
Zeichne die Bernsteinpolynome $B_0^0(t), B_0^1(t), B_1^1(t), B_0^2(t), B_1^2(t), B_2^2(t)$ in die folgenden Koordinatensysteme für $t \in [0, 1]$ ein und kennzeichne sie jeweils.

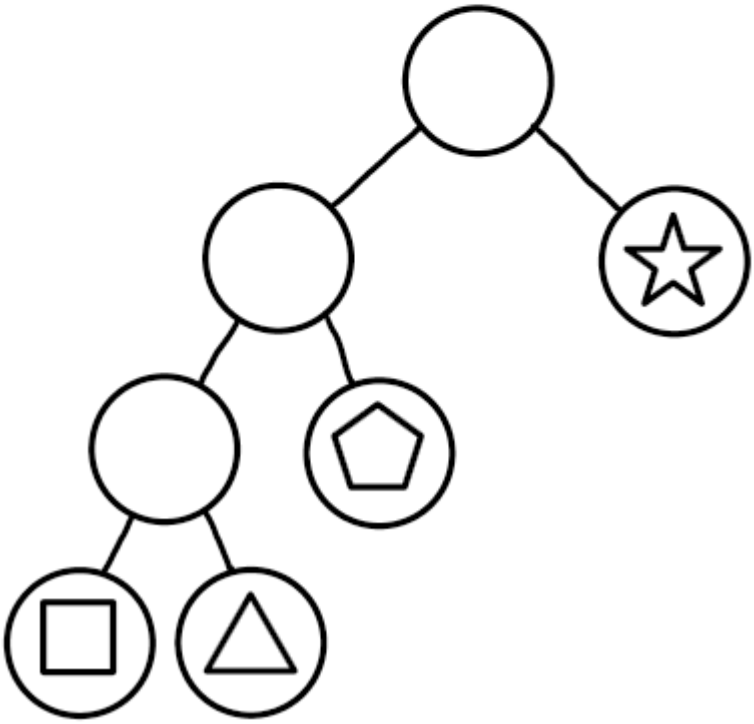


Aufgabe 3: CSG-Bäume (3 Punkte)

3 Szenen mit Objekten gegeben, in denen jeweils Flächen grau markiert wurden, zusammen mit CSG-Bäumen, in denen die notwendigen Operationen ergänzt werden mussten, sodass die graue Fläche entsteht

Szene 1



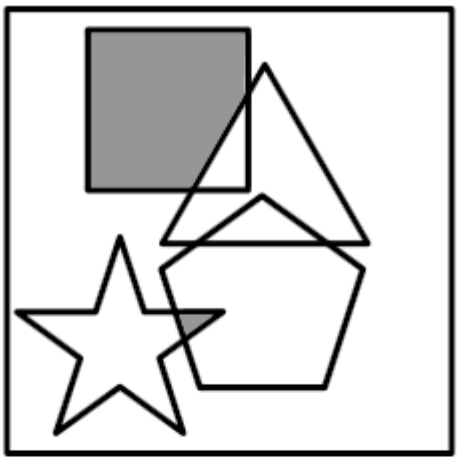


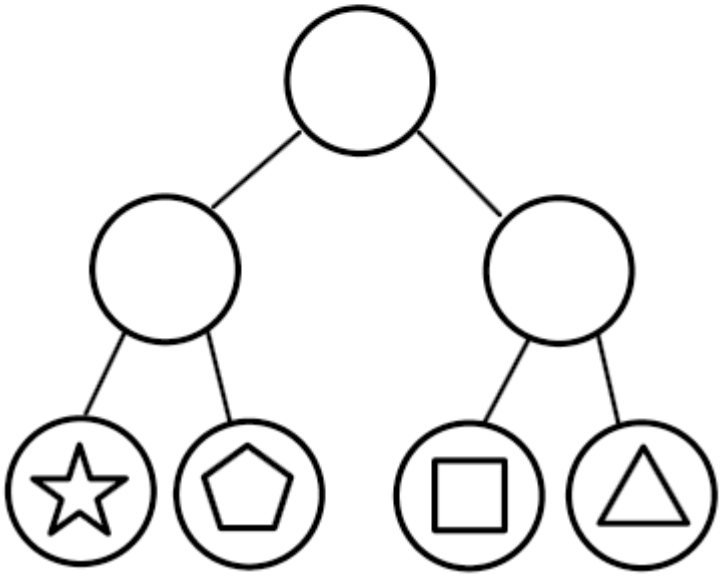
Szene 2

ähnlich, mit Schnitt und Differenz

Szene 3

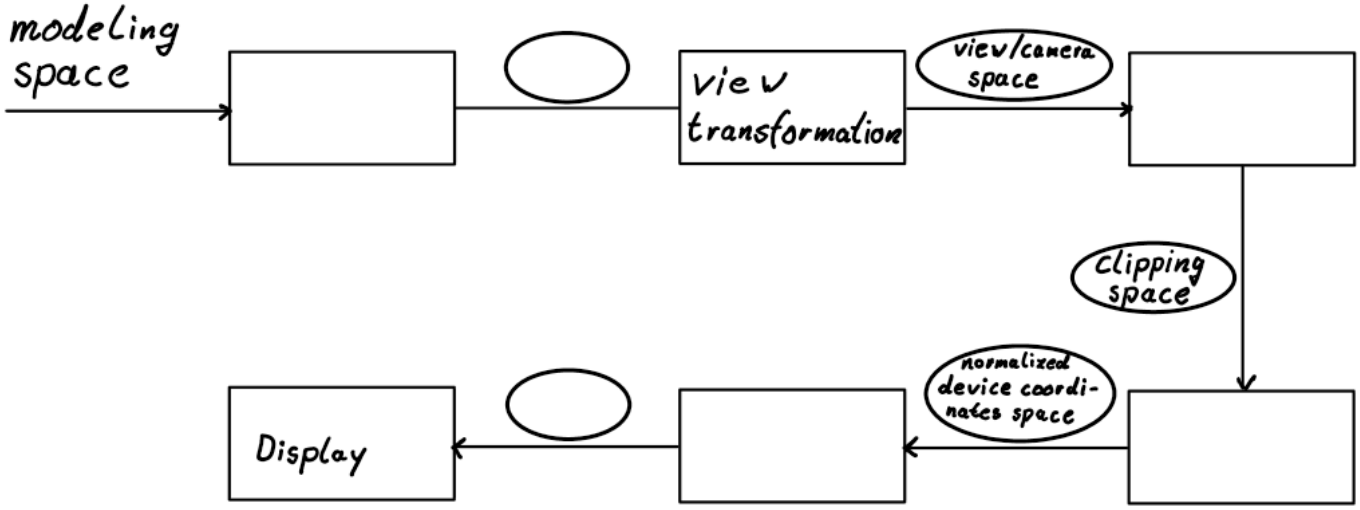
ähnlich, mit Schnitt, Differenz und Vereinigung





(Die Szene ging ungefähr in diese Richtung. Anders als bei Szene 1 ist aber sehr unsicher, ob sie wirklich so aussah.)

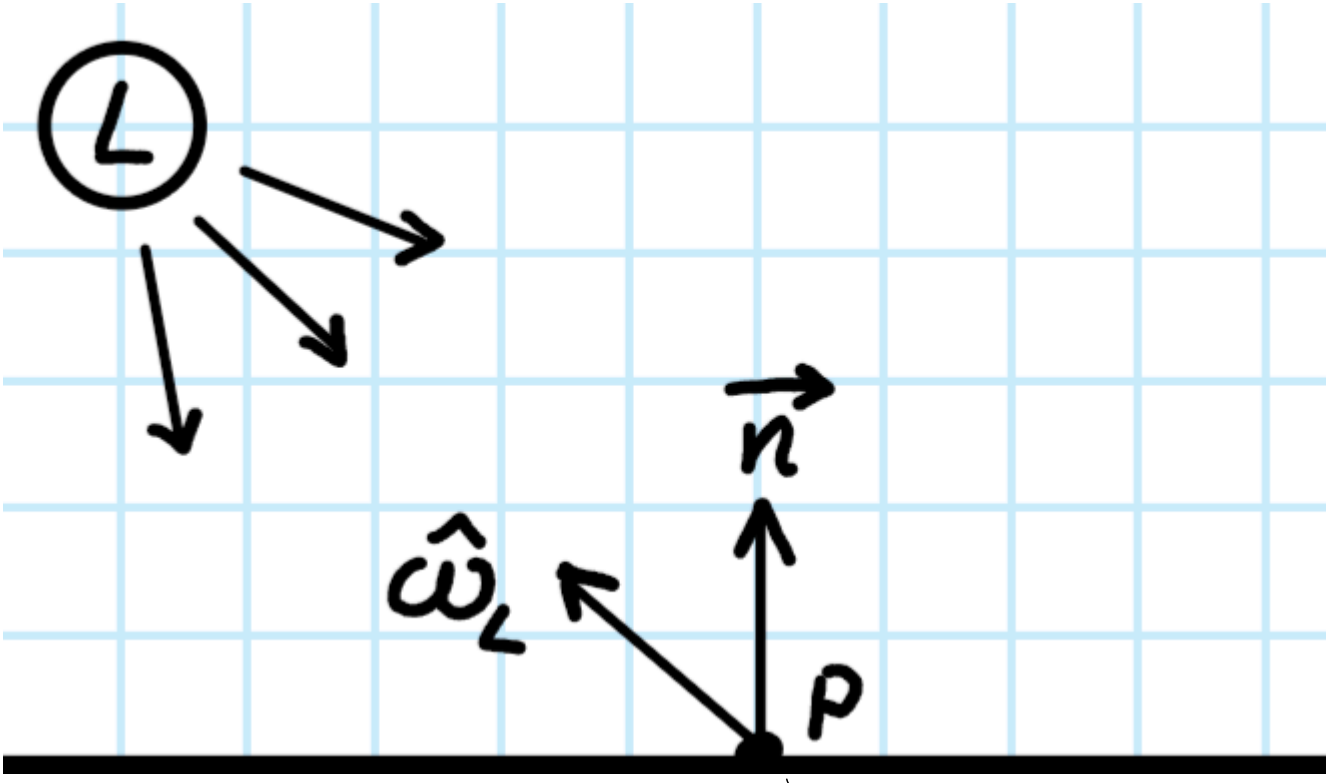
Aufgabe 4: Viewing Pipeline (2 oder 3 Punkte)



Trage die Buchstaben a) - f) der folgenden Begriffe an die richtige Stelle in der oberen Viewing Pipeline:

- a) modeling-transformation
- b) world space
- c) projection transformation
- d) perspective divide
- e) viewport transformation
- f) screen space

Aufgabe 5: Phong-Beleuchtung (6 Punkte)



Eine Punktlichtquelle beleuchtet einen Punkt p. Sei $\overrightarrow{n}$ die Normale an dem Punkt und $\hat{\omega}_L$ der Vektor in Richtung der Lichtquelle. Sei $\hat{\omega}_c$ der Vektor von p in Richtung des Betrachters. (Dieser war nicht gegeben in der Grafik!)
Nutze folgende Formeln $f_r = f_{\text{diffuse}} + f_{\text{spekular}}$, $f_{\text{diffuse}} = \frac{\rho_d}{\pi}$ und $f_{\text{spekular}} = \rho_s \cdot \cos^s \psi$ und zeichne den Vektor / die Vektoren $\hat{\omega}_c$ zum Betrachter ein. (Falls ein Bereich von Vektoren in Frage kommt, zeichne diesen als Kegel.)

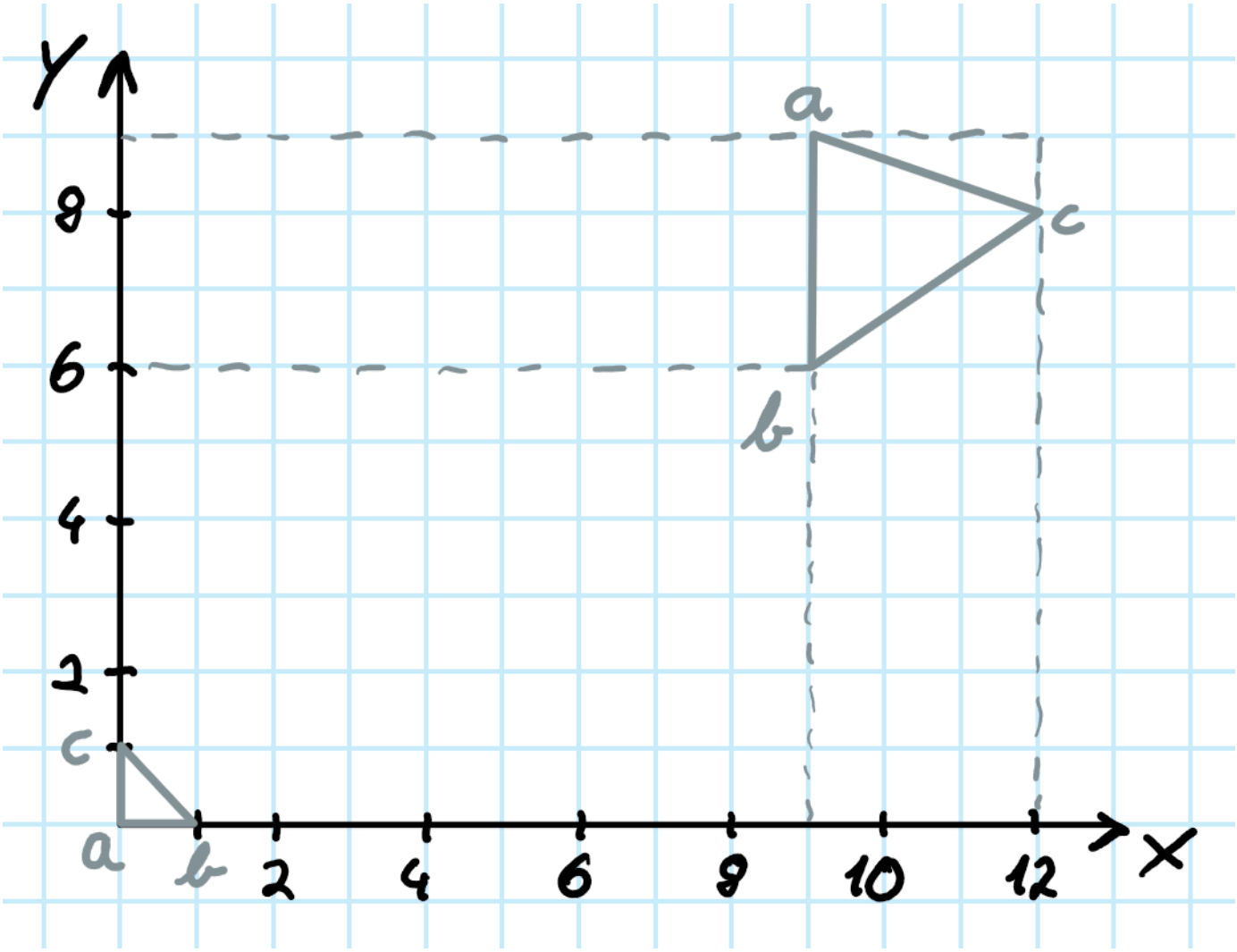
- a) Für welchen / welche $\hat{\omega}_c$ ist f_{diffuse} maximal?
- b) Für welchen / welche $\hat{\omega}_c$ ist f_{spekular} maximal?
- c) Für welchen / welche $\hat{\omega}_c$ ist f_r maximal? Berechne zusätzlich den Wert von f_r für diese Stelle mit $\rho_d = 0.5$, $\rho_s = 1$ und $s = 2$

Aufgabe 6: homogene Kordinaten

6 Punkte in 3d mit homogenen Koordinaten gegeben (also Vektoren mit 4 Elementen, wobei die unterste Koordinate nie $= 1$ war).
Aufgabe: Ordne die Punkte, die die gleichen kartesischen Koordinaten haben, einer Gruppe zu.

Punkte hatten sehr viele Brüche, Bsp: (?, -3, ?, -2)

Aufgabe 7: Transformationsmatrix



Bestimme eine affine Transformationsmatrix T, die wie oben in der Grafik das Dreieck mit den Punkten $a = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$, $b = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$, $c = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ in das Dreieck $a = \begin{pmatrix} 9 \\ 9 \end{pmatrix}$, $b = \begin{pmatrix} 9 \\ 6 \end{pmatrix}$, $c = \begin{pmatrix} 12 \\ 8 \end{pmatrix}$ transformiert. T kann als Multiplikation von Transformationsmatrizen angegeben werden.

(Skalierung, Rotation, **Scherung(!!!)** (bei a ist kein rechter Winkel mehr) und Translation wurden benötigt)

Aufgabe 8: Transformationsmatrix 2 (3?)

Ordne die folgenden Transformationen 1. bis 6. je einer der Matrizen A bis F zu.

1. Identität
2. Uniforme Skalierung
3. Spiegelung
4. nicht Uniforme Skalierung
5. Rotation an der z-Achse
6. Projektion

$$A = \begin{pmatrix} -2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}$$

$$C = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$D = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

$$E = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$F = \begin{pmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2} & -\frac{\sqrt{2}}{2} & 0 & 0 \\ \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 9: Transformationsmatrix 3 (4?)

Entscheide für die folgenden 2d Transformationen, ob diese mithilfe einer homogenen 3×3 Matrix darstellbar sind und falls ja, gib diese Matrix an.

Transformation	als Matrix darstellbar?	Matrix angeben
$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} e^x \\ y \end{pmatrix}$	[ ] ja [ ] nein	
$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$	[ ] ja [ ] nein	
$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} 4 \\ \frac{y}{x+y} \end{pmatrix}$	[ ] ja [ ] nein	
$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} \pi \\ \frac{x}{y+2} \end{pmatrix}$	[ ] ja [ ] nein	

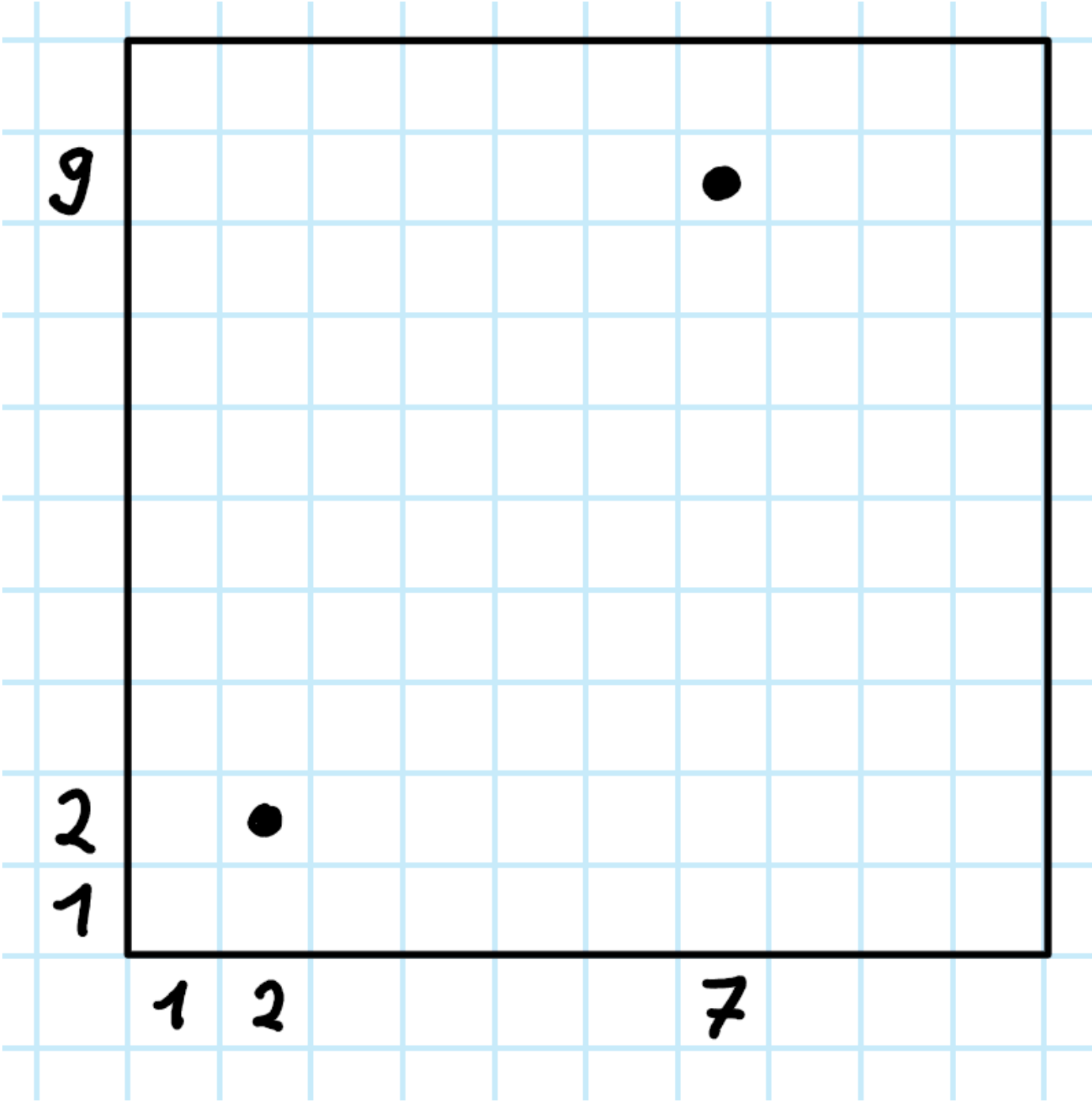
Aufgabe 10: Rasterisierung

a)

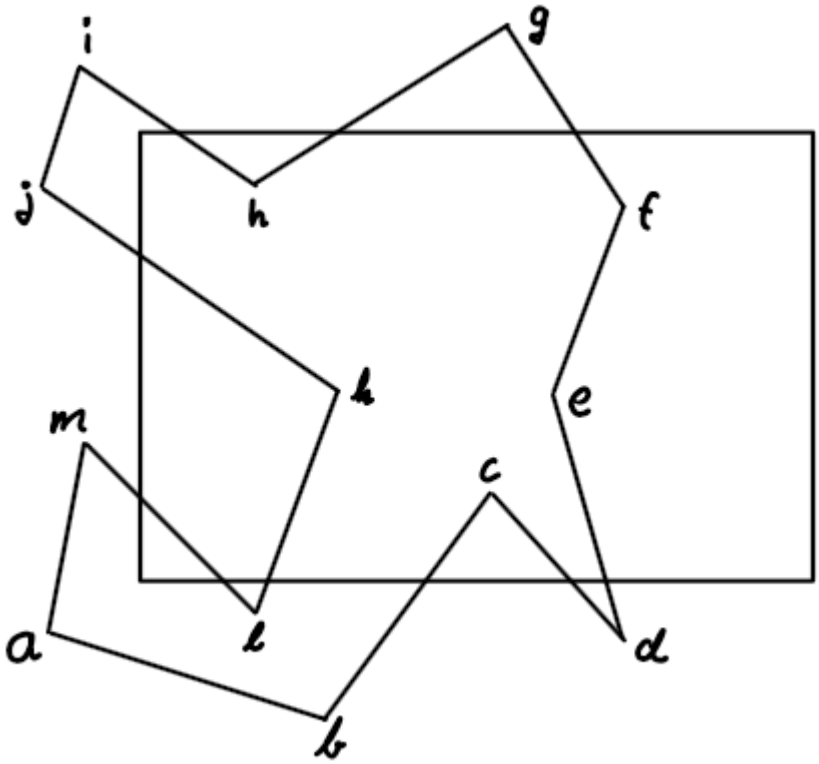
Geben Sie die implizite Form der Geraden an, die durch die Punkte $p_1 = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix}$ und $p_2 = \begin{pmatrix} 7 \\ 9 \end{pmatrix}$ verläuft.

b)

Nutzen Sie den Bresenham Algorithmus um die Strecke von p_1 zu p_2 zu rasterisieren. Das Markieren der Kästchen ist ausreichend, die Schritte oder Zwischenergebnisse müssen nicht angegeben werden.


9
2
1
1
2
7

Aufgabe 11: Clipping



(Das Polygon sah *ungefähr* so aus. Es gab auf jeden Fall a bis m Endpunkte und es ist nicht über den rechten Rand der Box hinaus gegangen.)

Wende den Sutherland–Hodgman Algorithmus an, um das Polygon an der Box zu klippen. Dabei soll die Reihenfolge (links, oben, rechts, unten) befolgt werden. Anschließend sollen die Vertex Gruppen unten jeweils bei den Richtungen sortiert aufgeschrieben werden.

Links:

Oben:

Rechts:

Unten:

Aufgabe 12: (Cross-)Ratio (4 Punkte)

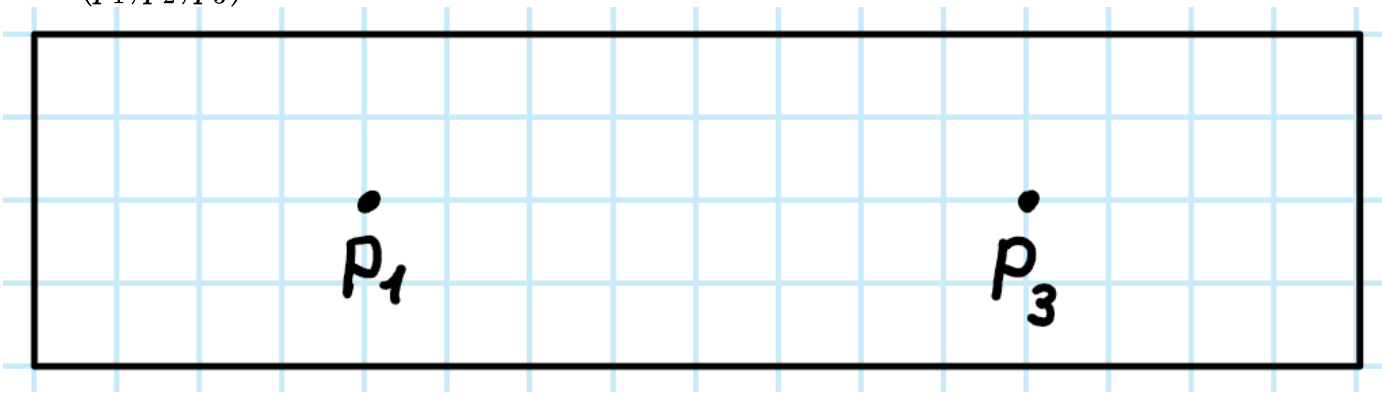
Formeln für Ratio und Crossratio gegeben:

- $$\text{ratio}(p_1, p_2, p_3) = \frac{t}{1-t} \quad \Leftrightarrow \quad p_2 = (1-t) \cdot p_1 + t \cdot p_3$$
- $$\text{cr}(p_1, p_2, p_3, p_4) = \frac{\text{ratio}(p_1, p_2, p_4)}{\text{ratio}(p_1, p_3, p_4)}$$

Ergänzen der folgenden Szenen um den fehlenden Punkt, sodass sich der jeweils angegebene Wert des Ratio / Crossratio ergibt.

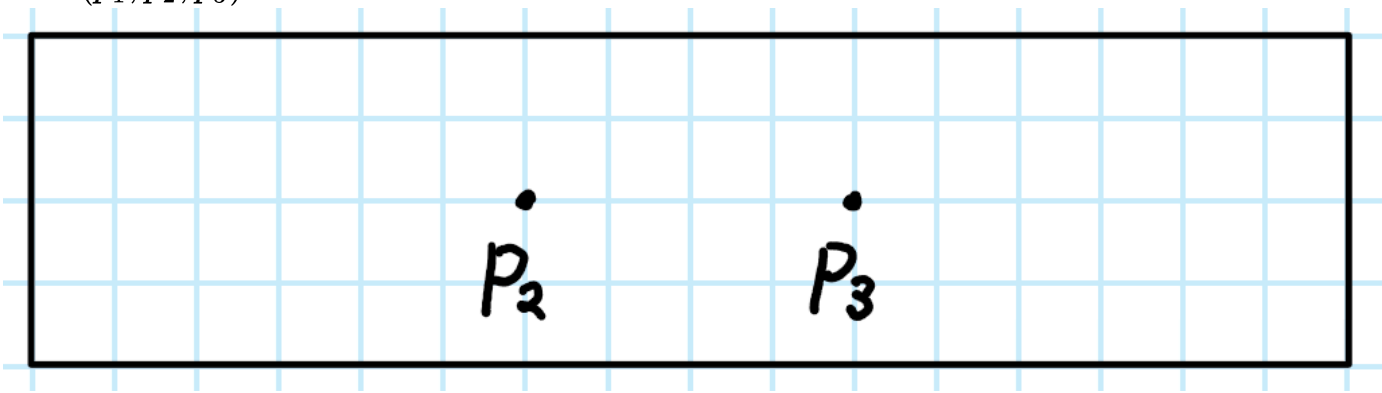
a)

$\text{ratio}(p_1, p_2, p_3) = 1$



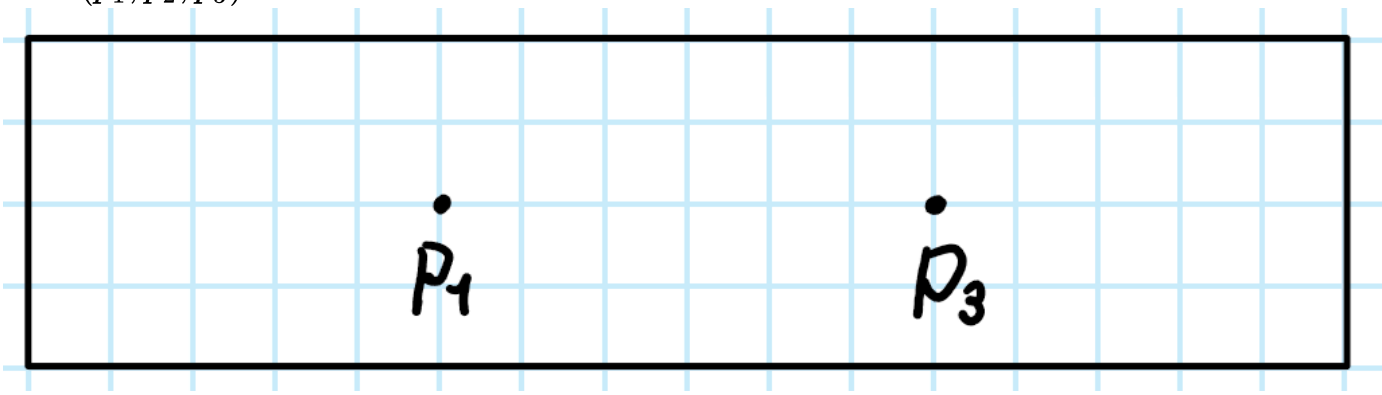
b)

$\text{ratio}(p_1, p_2, p_3) = -2$



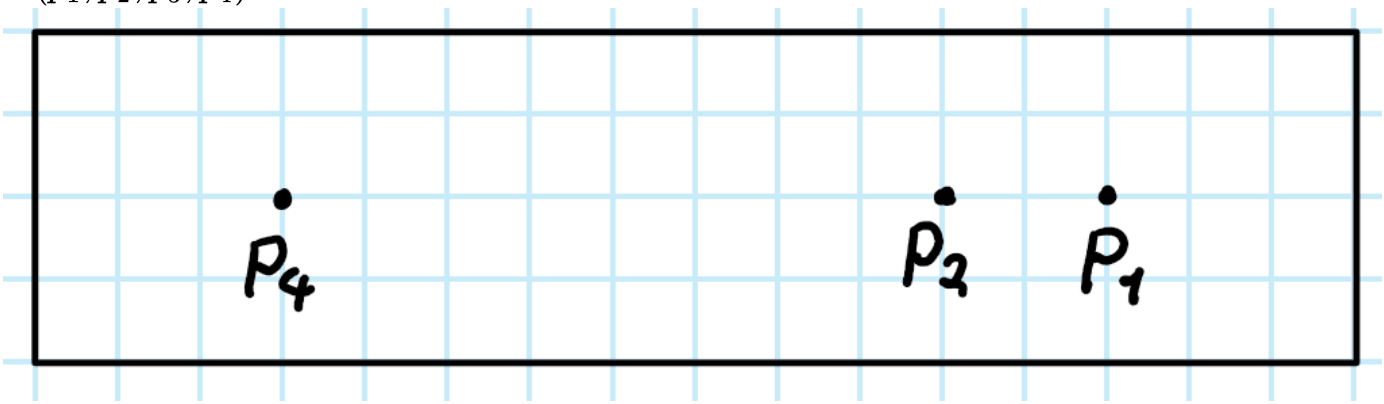
c)

$\text{ratio}(p_1, p_2, p_3) = 0.5$



d)

$\mathrm{cr}(p_1, p_2, p_3, p_4) = 1$



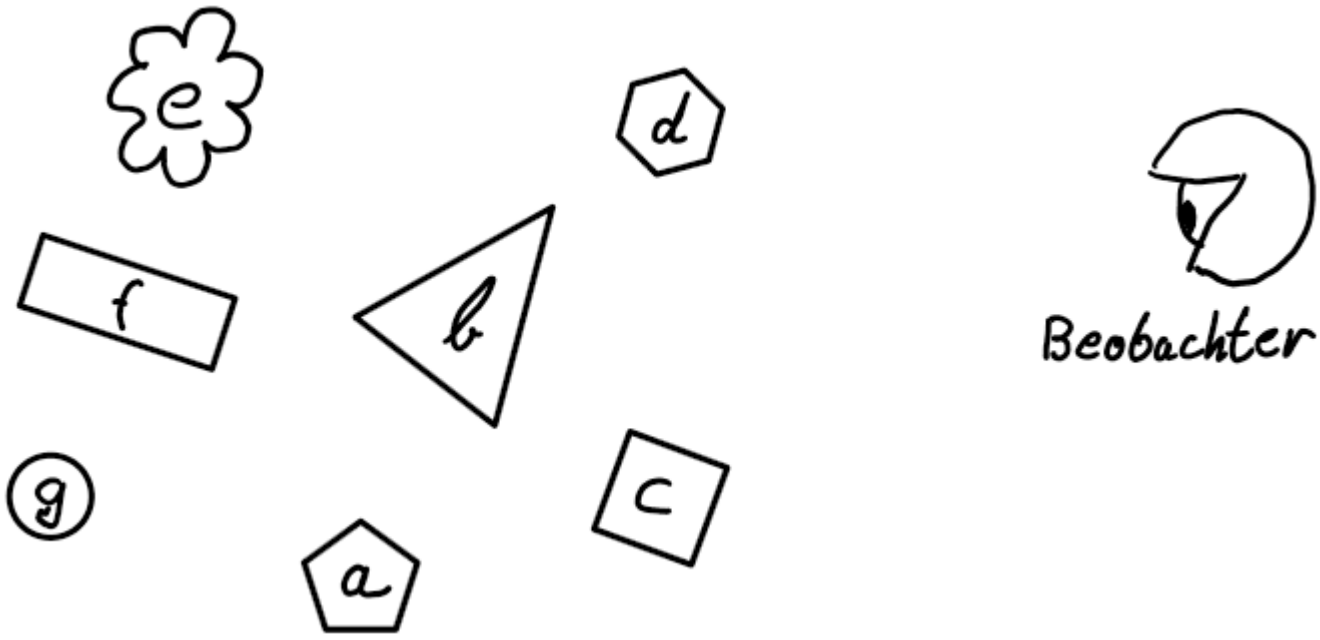
Aufgabe 13: Marching Squares (6 oder 5 Punkte)

Wende den Marching Squares auf ein Gitterfeld an, um die Isolinien für folgende Gleichungen einzutragen $f(x, y) = 3$
Es gab 3 Felder mit Uneindeutigkeiten.

Aufgabe 14: Cohen-Sutherland

- a) Strecken nennen, die durch den Algorithmus trivial accepted werden
- b) Strecken nennen, die durch den Algorithmus weder trivial accepted noch trivial rejected werden

Aufgabe 15: BSP



(Grafik sah ungefähr so aus. Hatte auf jeden Fall Objekte a bis g und den Beobachter rechts.)

a)

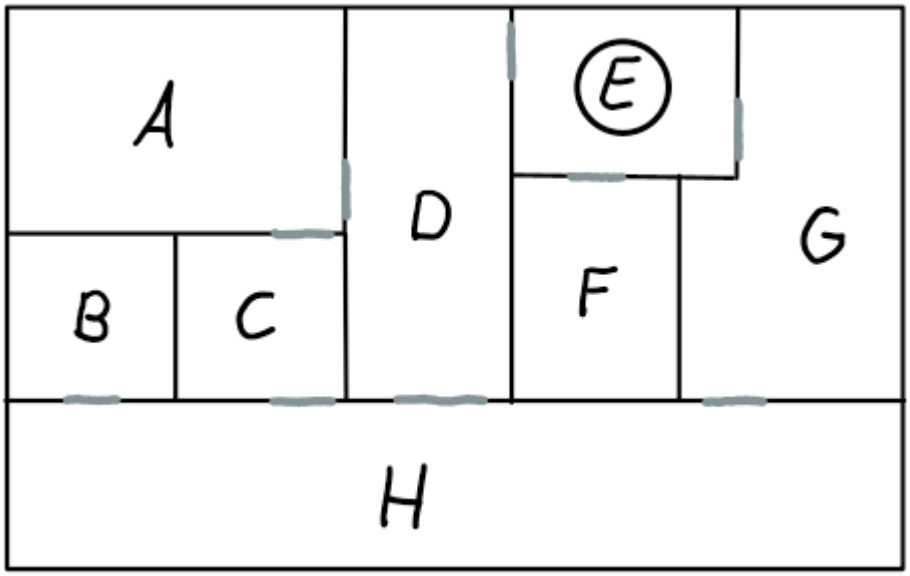
Geben Sie für die obere Szene einen möglichst balancierten BSP-Baum an. Tragen Sie dazu selbst Geraden ein, um die Szene in Halbräume zu unterteilen. Jedes Blatt im Baum sollte höchsten ein Objekt enthalten.

b)

Geben Sie auf Basis ihres in a) angegebenen BSP-Baums die Reihenfolge, in der die Objekte gerendert werden, von hinten nach vorne für den eingetragenen Beobachter an.

Aufgabe 16: PVS (6 Punkte)

a)



Male den Nachbarschaftsgraphen für diese Szene und kennzeichne in diesem die von E aus sichtbaren Zellen.

b)

Beschreibe ein Bespiel wo PVS nicht bzw. nur schlecht funktioniert.

c)

Nenne und beschreibe kurz 3 andere Verfahren für Sichtbarkeit von Objekten.

Aufgabe 17: Wahr / Falsch (7 Punkte)

0.5 Punkte für richtige, 0.5 für falsche Kreuze

1. Affine Abbildungen erhalten Winkel und Längen.

2. Wenn bei α-Shapes $\alpha \to \infty$ geht, so ist das entstehende α-Shape immer konvex.
3. CSG-Bäume sind immer binär.
4. Das H in HSV steht für Hexadezimal.
5. Wenn ein Dreieck nicht gecullt wird, ist es immer sichtbar.
6. Ein Dreieck kann nach dem Clipping ein 5 eckiges Polygon sein.
7. Ambient Light ist unabhängig von Blickrichtung und (Lichteinfall? / Lichtposition?).
8. Eine Textur kann immer ohne Verzerrung auf ein Objekt abgebildet werden.
9. Lambert Material eignet sich zur Beschreibung von Spiegeln.(?)
10. Nach der 2. Iteration der Doo-Sabin-Subdivision entstehen immer bei den Faces Vierecke.
11. ...
12. ...
13. ...
14. ...

Aufgabe Bonus 1 (2 Punkte)

Ältere Fußbälle bestanden immer aus Fünf- und Sechsecken.
Beweise, dass ein Fußball nicht nur aus regulären Sechsecken bestehen kann.

Aufgabe Bonus 2 (2 Punkte)

Zeige, dass zwei Spiegelungen im 2D einer Rotation entsprechen.
Hinweis: Nimm an, es gibt 3 Punkte p_1, p_2 und p_3. Spiegele zuerst an der Achse durch die Punkte p_1 und p_3, anschließend an der Achse durch p_1 und p_2.

- Berechne zunächst das Rotationszentrum.
- Berechne den Rotationswinkel.